

## II-111

 $\sigma$ -座標系モデルを用いた3次元浅水長波流れ解析の大規模並列計算

中央大学大学院 学員 ○大場 慶夫  
 中央大学 正員 檜山 和男  
 アイ・エヌ・エー 正員 高木 利光

## 1. はじめに

海域における環境流れ解析, 特に吹送流や密度流によって起こされる鉛直循環流による土砂や栄養塩の拡散現象などをより正確に捉えるためには, 流れの鉛直構造を考慮した3次元モデルが必要となる. しかし, このような3次元解析は2次元解析に比べ多大な自由度を必要とするため, 大規模な問題では計算時間と記憶容量に問題が生じてくる.

そこで, 本論文では3次元モデルの一つである $\sigma$ -座標系モデルに対する並列計算手法を提案する. $\sigma$ -座標系モデルとは, 鉛直方向に一般座標系を導入し, 鉛直方向の層分割数を水深に拘わらず一定とするものである. そのため水深形状の複雑な実地形に対しても容易に適用することができる. 並列計算手法としては, 非構造格子に適用可能な領域分割法に基づく陽的解法の並列アルゴリズムを構築する. これにより, 計算時間の飛躍的な短縮と記憶容量の分散が行え, 今まで計算が困難とされているような大規模計算が可能となる. 数値解析例として東京湾における潮流解析を行い, 計算時間と記憶容量の面から3次元解析における並列計算の有効性について検討を行う.

## 2. 基礎方程式

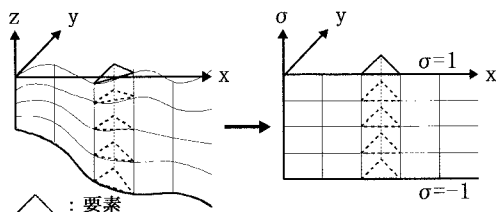
基礎方程式には, 以下に示す浅水長波方程式を用いる.

$$\dot{u}_i + u_j u_{i,j} + g \zeta_{,i} - (N_h u_{i,j})_{,j} - (N_v u_{i,z})_{,z} = 0 \quad (1)$$

$$\dot{\zeta} + \left( \int_{-h}^{\zeta} u_i dz \right)_{,i} = 0 \quad (2)$$

ここに,  $N_h, N_v$ は水平及び鉛直方向の渦動粘性係数である. 上式に対して, 鉛直方向に式(3)で表される $\sigma$ -座標系を導入する. $\sigma$ -座標系モデルの特徴としては, 図-1のように鉛直方向を実水深に対して同数の層数で分割するため, 水深形状の複雑な実地形に対しても容易に適用することができる.

$$\sigma = 1 - 2 \frac{\zeta - z}{h + \zeta} = 1 - 2 \frac{\zeta - z}{D} \quad (3)$$

図-1  $\sigma$ -座標系

ここに,  $D$ は実水深である. 式(1)(2)を $\sigma$ -座標変換すると以下の式が導かれる.

$$\dot{u}_i + u_j u_{i,j} + \omega u_{i,\sigma} + g \zeta_{,i} - \frac{4}{D^2} (N_v u_{i,\sigma})_{,\sigma} - (N_h u_{i,j})_{,j} = 0 \quad (4)$$

$$\dot{\zeta} + (Du_i)_{,i} + (Dw)_{,\sigma} = 0 \quad (5)$$

また,  $\omega$ は $\sigma$ -座標変換された鉛直方向流速であり, 以下のよう表される.

$$\omega = u_i \frac{1}{D} ((1-\sigma)h_{,i} - (1-\sigma)\zeta_{,i}) - \frac{1+\sigma}{D} \dot{\zeta} + \frac{2}{D} w \quad (6)$$

## 3. 数値計算手法

本研究では, 数値計算手法として平面2次元の計算と3次元の計算を組み合わせたモードスプリット法を採用する. モードスプリット法とは, 水平流速 $u_i$ を鉛直方向に平均した量(平均流速) $U_i$ とそれからの変動成分(変動流速) $u'_i$ とに分離し, これらを別々に解き, 足し合わせて準3次的に流れ場を解く方法である<sup>1)</sup>.  $\sigma$ -座標変換された基礎方程式(4)(5)を平均流速からなる方程式と変動流速からなる方程式に分離し, それぞれ独立に計算を行う<sup>1)</sup>. なお, 変動流の基礎式には圧力項がないため, CFLの安定条件より時間間隔を平均流速のそれより大きくとることができる. そのため, 変動流の計算は数ステップに1回の割合で行う.

また空間方向の離散化には, 平均流速の計算に有限要素法を, 変動流速の計算に差分法を用い, また時間方向の離散化には3段階陽的解法<sup>2)</sup>を用いる.

## 4. 並列計算

本手法の並列計算手順を以下に示す<sup>3)</sup>.

(1) まず前処理として, 計算領域を使用するプロセッサと同数の小領域に分割する. これについては, Farhatが提案する自動領域分割法を採用している<sup>4)</sup>. この特徴は, 非構造格子に対しても適用可能であり, 各小領域での計算負荷の均等化, 領域境界上の節点数の低減が行え, 任意の問題に対して効率の良い並列計算を行うことが可能となる.

(2) 各プロセッサは割り当てられた小領域のみのデータを入力する. これにより, データの分散化が行え記憶容量を大幅に縮小することができる.

(3) 平均流速・水位の計算を行う. これらは要素ごとに計算を行うため, 領域境界上の節点を共有するプロセッサ間でデータ送受信を伴いながら計算を進める<sup>2)</sup>.

(4) 変動流速の計算を数ステップに一回行う. この計算は各節点で独立に行えるため, プロセッサ間の通信は必要ない.

(5) 計算結果を出力する.

**Keywords:** FEM, 浅水長波流れ, 並列計算  
 〒112 東京都文京区春日 1-13-27  
 Tel:03-3817-1815, Fax:03-3817-1803

## 5. 数値解析例

数値解析例として、東京湾における潮流解析を行った。計算条件は、湾口の開境界において潮汐の境界条件として周期12.42時間、振幅0.36mの正弦波 ( $M_2$ 分潮)を与えた。また、用いたメッシュの要素数は54708、変動流の計算は5stepに1回、鉛直方向の層分割数は20とした。図-2に、256プロセッサで計算するときの領域分割図を示す。計算結果として、上げ潮時における浦賀水道付近の流速ベクトル図(図-3:水面、図-4:底面)を示す。これらの図より、水面では湾奥に向かう速い流れが、底面では水面に比べて遅い流れが確認され、2次元解析では捉えることができない流れの鉛直構造が捉えられていることがわかる。

## 6. 並列化性能評価

先の計算例において、3次元解析における並列計算の有効性について検討を行った。要素数の異なる2つのメッシュ(MESH S:54708,MESH L:153460)を用意し、日立社の並列計算機SR2201を用いて計算を行った。表-1にMESH Lでの1プロセッサあたりの要素数と記憶容量負荷およびCPU時間と通信時間の内訳を示す。記憶容量に関しては、1プロセッサ使用時で約190MB必要だが、プロセッサ数の増加に伴い計算負荷が分散され、省メモリな並列計算が可能となっている。これより、本手法は大規模計算における記憶容量の問題点に対処できることがわかる。各メッシュでのプロセッサ数を変化させたときの演算速度倍率を図-5に示す。プロセッサ256台使用時で、MESH Sでは約160倍、MESH Lでは約200倍の計算スピードが得られ、高効率な並列計算が行えていることがわかる。

## 7. おわりに

本論文では、3次元モデルの一つである $\sigma$ -座標系モデルに対する領域分割法に基づく並列計算手法を提案し、3次元解析における並列計算の有効性について検討を行った。その結果、省メモリかつ高速な計算を行うことができ、本並列計算手法の有効性を示すことができた。また、このことは大規模問題に対して並列計算が有効な計算手段であるということを示唆している。

今後の課題としては、 $\sigma$ -座標系モデルのさらなる精度向上と共に、塩分濃度などの拡散現象を考慮した解析を行っていく予定である。

## 参考文献

- 1) 高木利光ら: モードスプリット有限要素法を用いた準3次元海浜流シミュレーション, 海岸工学論文集 第43巻, pp361-365,1996.
- 2) Kashiya,K.et al.: Parallel finite element method for large-scale computation of storm surge and tidal flow, *Int. J. Num. Meth. Fluids*,Vol.23,1997.
- 3) 大場慶夫ら: モードスプリット法による準3次元浅水長波流れ解析の大規模並列計算, 第25回関東支部技術研究発表会講演概要集, pp190-191,1998.
- 4) Farhat,C.: A simple and efficient automatic FEM domain decomposer, *Computers & structures*, 28, pp576-602,1988.

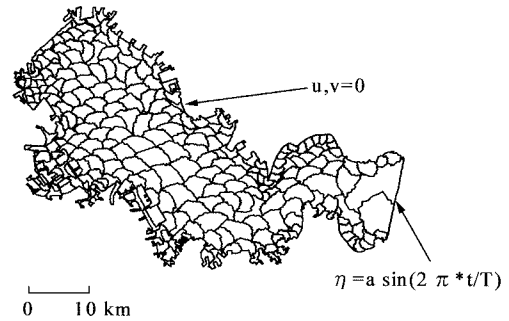


図-2 領域分割図と境界条件

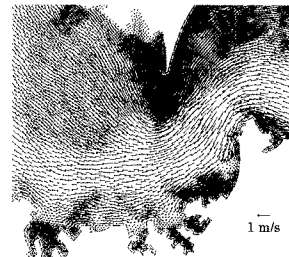


図-3 流速ベクトル図(最上層)

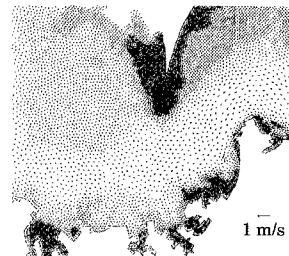


図-4 流速ベクトル図(最下層)

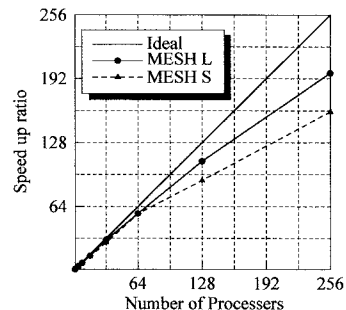


図-5 演算速度倍率

表-1 記憶容量及びCPU時間と通信時間の内訳

| PE  | element PE | storage (MB) | pure CPU (sec)    | com.&wait (sec) |
|-----|------------|--------------|-------------------|-----------------|
| 1   | 153460     | 186.224      | 681.239 (100.00%) | 0.00 (0.00%)    |
| 32  | 4796       | 68.249       | 21.75 (96.37%)    | 0.82 (3.63%)    |
| 128 | 1199       | 68.085       | 5.70 (91.35%)     | 0.54 (8.65%)    |

(20 step あたり)