

I - B 483

板幅が変化する薄肉 I 形断面桁の 3 次元固有振動特性

北海道大学大学院工学研究科 フェロー 林川 俊郎
北海道大学大学院工学研究科 学 生 員 北島 勉
北海道大学大学院工学研究科 正 員 松井 義孝
北海道大学大学院工学研究科 フェロー 佐藤 浩一

1. まえがき

近年、橋梁構造物をはじめとする土木構造物はその構造形式が複雑化してきており、それに伴ってその動的応答も予測しにくいものとなってきた。構造物の動的応答に影響を与えるものとしては、構造物に作用する外力の性質と構造物に固有の振動特性がある。すなわち、動的応答特性を把握するためには固有振動数、固有振動モードを精度よく計算し、構造物の基本的な固有振動性状を調べるのが重要である。

固有振動解析と同じ固有値問題である座屈解析は、固有値として 1 次の解である座屈荷重を求める問題である。その中でも、変断面桁のねじり座屈荷重において現れる座屈パラドックスの現象については多くの研究発表がなされている¹⁾²⁾。同じ固有値問題であるという意味で、固有振動解析についても固有円振動数（正確には固有円振動数の 2 乗が固有値である）に座屈パラドックスのような現象が現れる可能性がある。

そこで本研究の目的は、固有振動解析において座屈パラドックスのような現象が同じ固有値である固有円振動数に現れるか調べるとともに薄肉 I 形断面桁の固有振動特性について検討するものである。

2. 解析手法

本研究では、変断面部材により構成された構造物を直線桁要素の集合体にモデル化して固有振動解析を行う。各要素マトリックスの重ね合わせにより組み立てられた構造物全体の剛性マトリックスと質量マトリックスを用いて、固有振動解析のための振動数方程式は式(1)のように示される。これは式(2)で示される座屈解析の固有値問題と類似していることがわかる。

$$\det[\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}] = 0 \quad \cdots(1)$$

$$\det[\mathbf{K} + p\mathbf{G}] = 0 \quad \cdots(2)$$

ここで、 $\mathbf{K}$ 、 $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{G}$ はそれぞれ構造物全体の剛性マトリックス、質量マトリックス、初期応力マトリックス、 ω は固有円振動数、 p は座屈荷重である。また、各要素の自由度としては x 、 y 、 z 方向変位、 x 、 y 、 z 軸回りの回転およびそり変形の 7 自由度としている。固有値解析は Housholder 法を用いている。

3. 数値計算結果

3-1. フランジ幅の変化する I 形断面桁

図 1 に示す 2 軸対称断面である I 形断面を対象として、図 2 のように上下フランジ幅が変化する桁について固有振動解析を行った。有限要素法における要素分割数は 40 分割、境界条件は x 、 y 、 z 方向変位および x 軸回りの回転を拘束している。ここで x 軸方向は部材軸方向である。数値計算結果として固有円振動数の値を表 1 に示す。またこの表より固有円振動数の変化をグラフ化したものを図 3 に示す。

固有円振動数の値は変断面桁であるタイプ B およびタイプ C における全ての固有円振動数が、最小断面桁と最大断面桁における解の間に挟まり、座屈パラドックスのような現象は見られなかった。またタイプ B における解がタイプ A における解に近い値となり、タイプ C における解がタイプ D における解に近い値となった。この傾向は 1 次振動モードにおいて顕著に認められ、振動モードの次数が大きくなるにつれて無くなっている。タイプ A とタイプ B の桁およびタイプ C とタイプ D の桁はそれぞれ支間中央付近（支間中央は拘束を受けている支点から最も離れた点である）の断面形状が似ており、この影響が 1 次振動において大きく影響したものと考えられ、2 次、3 次と振動

のモード形状が複雑になるにつれてこの影響が少なくなったことによるものと考えられる。

3-2. ウェブ高さの変化する I 形断面桁

図 1 に示す断面を有し、図 2 のようにウェブ高さが変化する桁について固有振動解析を行った。要素分割数および境界条件は前節と同様である。数値計算結果として固有円振動数の値を表 2 に示す。またこの表から固有円振動数の変化をグラフ化したものを図 4 に示す。

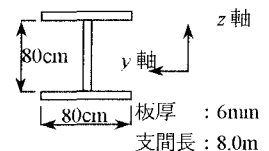


図 1 I 形断面

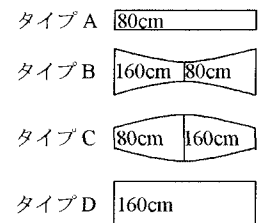


図 2 フランジ幅およびウェブ高さの変化

keywords: 薄肉 I 形断面桁、固有振動解析、座屈パラドックス、固有円振動数、ねじり振動

北海道大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻 札幌市北区北 13 条西 8 丁目 TEL 011-706-6172 FAX:011-726-2296

表 1 固有円振動数 ω_n (rad/sec) (フランジ幅変化)

振動様式	次数	タイプ A	タイプ B	タイプ C	タイプ D
水平振動	H1	149.0	165.2	294.9	326.4
	H2	596.0	755.1	1061	1306
	H3	1341	1764	2365	2937
鉛直振動	V1	280.5	282.3	294.1	296.2
	V2	1122	1141	1169	1185
	V3	2525	2581	2632	2666
ねじり振動	T1	149.8	158.3	221.8	235.9
	T2	597.8	690.1	840.8	943.1
	T3	1345	1614	1907	2122

表 2 固有円振動数 ω_n (rad/sec) (ウェブ高さ変化)

振動様式	次数	タイプ A	タイプ B	タイプ C	タイプ D
水平振動	H1	149.0	145.8	131.2	129.0
	H2	596.0	569.5	535.3	516.1
	H3	1341	1277	1210	1161
鉛直振動	V1	280.5	305.9	480.5	517.5
	V2	1122	1360	1771	2070
	V3	2525	3132	3938	4658
ねじり振動	T1	149.8	148.2	151.9	153.6
	T2	597.8	598.7	606.9	614.0
	T3	1345	1379	1383	1381

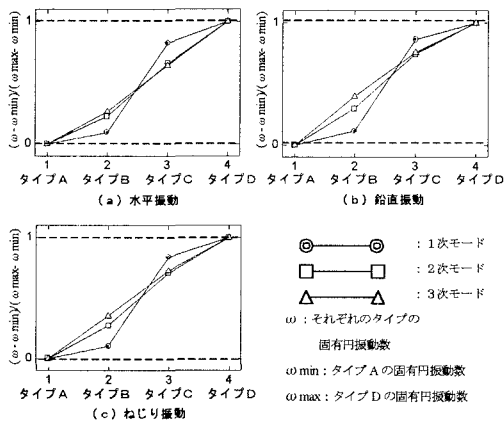


図 3 固有円振動数の変化 (フランジ幅変化)

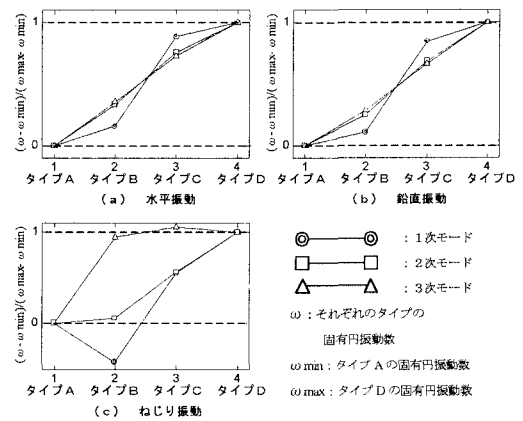


図 4 固有円振動数の変化 (ウェブ高さ変化)

図 4 に示すように、水平振動モード、鉛直振動モードにおいては変断面桁であるタイプ B およびタイプ C における固有円振動数が、最小断面桁および最大断面桁における固有円振動数の間に挟まった。また、前節と同様にタイプ B における解がタイプ A における解に近い値となり、タイプ C における解がタイプ D における解に近い値となる傾向が 1 次モードにおいて顕著に認められた。これに対し、ねじり振動モードでは、1 次モードにおいてタイプ B における解がタイプ A における解よりも小さい値となり、3 次モードにおいてタイプ C における解がタイプ D における解よりも大きい値となった。ねじり振動の各振動モードにおける固有円振動数はあまり変化しておらず、その変化の仕方にも傾向が認められないため、座屈パラドックスのような現象とは関係ないと考えられる。ねじり振動の固有円振動数の値があまり変化していないことから、本節のような数値計算モデルを用いた場合には、変断面桁における固有円振動数が最小断面桁と最大断面桁における固有円振動数の間に必ずしも挟まらない場合があり得る。この原因としては、境界条件やせん断応力等の影響も考えられ、今後検討の余地があると思われる。

4. あとがき

本研究では、固有振動解析において座屈パラドックスのような現象が同じ固有値である固有円振動数に現れるか調べるとともに薄肉 I 形断面桁の固有振動特性について検討した。上下フランジ幅が変化する桁について数値計算を行った結果、固有円振動数には座屈パラドックスのような現象は認められなかった。ウェブ高さが変化する桁について数値計算を行った結果、変断面桁のねじり振動の固有円振動数が、最小断面桁および最大断面桁における固有円振動数の間に挟まらない場合があった。しかし、これは座屈パラドックスのような現象とは関係ないと考えられる。また、固有円振動数があまり変化しないような数値計算モデルを用いた場合には、変断面桁における固有円振動数が最小断面桁と最大断面桁における固有円振動数の間に必ずしも挟まらない場合があると考えられ、この原因については今後の研究課題としたい。

<参考文献>

- 1) Cywinski, Z. : 25 years of the Torsional Buckling Paradox, Proceedings of the 5th International Colloquium on Stability and Ductility of Steel Structures, Vol. 1, pp. 467-474, 1997.
- 2) Kanok-Nukulchai, W. and Susumpov, T. : False Paradox of Torsional Buckling, Journal of Structural Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 119, No. 2, pp. 3670-3679, 1993.