

I - B 480

片持ち板構造の振動および座屈に関する研究

長崎大学大学院 学生員 ○中澤聡志

正 員 吳 明強

長崎大学工学部 フェロー 高橋和雄

1. まえがき

著者らは、ガラーキン法を用いて片持ち長方形板が面外曲げ荷重を受ける場合の振動、座屈および動的安定解析¹⁾を行い、その特性を明らかにしてきた。これらの解析に引き続いて、プレートガーダーのような板構造物を解析しようとしているが、ガラーキン法はプレートガーダー断面のような複雑な断面を持つ場合には適用しにくい。一方、有限帯板法は比較的少ない自由度で、箱桁、プレートガーダーなどの板構造を解析することが可能である^{2),3)}。そこで、片持ち板構造の動的安定解析を行う第1段階として、本研究では有限帯板法による片持ち板構造の振動および座屈解析を行う。

2. 解析モデル^{2,3)}

帯板要素の変形に伴うひずみエネルギー U および運動エネルギー T は次のように定義される。

$$U = \frac{D}{2} \int_0^a \int_0^b \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} dx dy$$

$$+ \frac{Et}{2(1-\nu^2)} \int_0^a \int_0^b \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{(1-\nu)}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right\} dx dy$$

$$T = \frac{t\rho}{2} \int_0^a \int_0^b \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right\} dx dy$$

ここに、 u, v, w : x, y, z 方向の変位、 $D = Eh^3 / 12(1-\nu^2)$: 板の曲げ剛性、 E : 弾性係数、 ν : ポアソン比、 ρ : 単位体積質量、 t : 板厚。

帯板要素内の任意点の変位成分 u, v, w は次式で仮定される。

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^N \begin{bmatrix} <f_1 & f_2 & f_3>S_m & 0 & 0 \\ & 0 & <f_1 & f_2 & f_3>S_m & 0 \\ & 0 & 0 & <f_4 & f_5 & f_6 & f_7 & f_8 & f_9>S_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{U_m\} \\ \{V_m\} \\ \{W_m\} \end{Bmatrix}$$

ここに、 $f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7, f_8, f_9$: 形状関数、 $\{U_m\}, \{V_m\}, \{W_m\}$: 級数の第 m 項に対する節線変位ベクトル。 S_m : 片持ちばりの固有振動形、 N : 級数の採用項数。なお、両端の境界条件が単純支持の場合、 $v = A(\partial u / \partial y)$ が使用されている²⁾。片持ち板構造の場合、この関係を導入すると、剛性が高めに評価されるので、本研究では、 u と v を独立に仮定する。

全ポテンシャルエネルギー停留原理に基づき、式(3)の要素に関する運動方程式を誘導する。次いで、図-1に示すような薄板で構成される片持ちプレートガーダー構造を設定し、局所座標系(x, y, z)に関する各マトリックスを全体座標系(x', y', z')に関する量に変換し、変位の適合条件と力の釣り合い条件にしたがってすべての帯板要素について重ね合わせることで、図-1に示す板構造に対する運動方程式を求めることができる。すなわち、

$$[M]\{\ddot{d}(t)\} + [K]\{d(t)\} = \{0\}$$

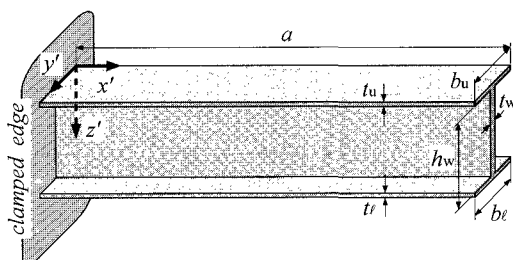


図-1 片持ちプレートガーダー構造の解析モデル

キーワード: 片持ち板, 振動, 座屈, 有限帯板法

〒852-8521 長崎市文教町1-14 長崎大学工学部社会開発工学科 TEL 095-848-9639 FAX 095-848-9639

ここに、 $[M]$ ：質量マトリックス、 $[K]$ ：剛性マトリックス、 $\{\ddot{d}(t)\}$ ：加速度ベクトル、 $\{d(t)\}$ ：変位ベクトル。

式(4)の解を $\{d(t)\} = \{\bar{d}\}e^{i\omega t}$ とおけば、行列の固有値問題に変換される。これを用いて、固有振動数と固有振動形が得られる。

3. 振動解析結果

(1) 解析結果の精度 有限帯板法を用いた一枚の片持ち正方形板（一辺固定，他辺自由）の振動解析結果と，*Galerkin* 法による結果¹⁾との比較を表-1に示す。計算した板の諸元は，辺長 $b=30\text{cm}$ ，板厚 $t=1\text{cm}$ ，ポアソン比 $\nu=0.3$ ，弾性係数 $E=2.06 \times 10^9 \text{kg/cm} \cdot \text{sec}^2$ ，単位体積質量 $\rho=0.00784 \text{kg/cm}^3$ である。有限帯板法において使用項数 $N=10$ とし，断面の分割を8とした。両者の固有振動数がほぼ一致することから，有限帯板法の結果は妥当である。

(2) 解の収束におよぼす項数の影響 図-2に， $a=30\text{cm}$ ， $b_u=b_l=15\text{cm}$ ， $h_w=30\text{cm}$ ， $t_f=t_u=t_w=1\text{cm}$ ，フランジを2分割，腹板を4分割した片持ちプレートガーダー構造の4次までの固有振動数の収束状況を示す。項数 N の増加に伴って固有振動数は収束し， $N=8$ で収束したとみなせる。したがって，本解析では8項近似を採用することにした。

(3) 要素分割幅の影響 図-3に，プレートガーダー片持ち構造の解析において分割するフランジと腹板の分割要素幅の比 α による固有振動数をはり理論と比較している。はり理論によって固有振動数が得られる長さ $a=300\text{cm}$ とし，他の諸元は前項(2)と同様である。 $\alpha=1$ において両者の値が一致していることから，フランジと腹板の分割要素幅は同一にするべきである。

(4) 固有振動モード 表-2に長さおよび腹板高を変化させた3ケースの断面の固有振動モードを示す。各ケースの諸元は *Case1*： $a=30\text{cm}$ ， $h_w=30\text{cm}$ ，*Case2*： $a=300\text{cm}$ ， $h_w=30\text{cm}$ ，*Case3*： $a=30\text{cm}$ ， $h_w=60\text{cm}$ ，また，すべてのケースにおいて $b_u=b_l=15\text{cm}$ ， $t_w=1\text{cm}$ である。長さが短い場合 (*Case1*) に腹板とフランジ変形が生じている。長さが長い場合 (*Case2*) には，はりの振動に近い剛体変形振動が発生する。腹板・フランジとも曲げ変形が生じない。腹板高が高い場合 (*Case3*) には腹板にたわみ変形が発生し，腹板に局部振動が発生している。

4. まとめ

有限帯板法を採用した片持ちプレートガーダー構造の振動解析を行いその特性を明らかにした。座屈解析結果などについては講演時に発表する。

参考文献

- 1) 呉・高橋：構造工学論文集，Vol.43A，pp.97-105，1997.3.
- 2) Cheung, Y.K.：Finite Strip Method in Structural Analysis, PERGAMON PRESS, 1976.
- 3) 黄・深澤・岡村：構造工学論文集，Vol.43A，pp.289-298，1997.3.

表-1 正方形板の解析結果の比較

次数	固有振動数 (Hz)	
	有限帯板法	Galerkin 法
1st	95.24	95.57
2nd	233.43	233.72
3rd	584.20	586.42
4th	748.23	748.27
5th	849.58	852.13
6th	1487.84	1489.66
7th	1680.64	1686.48
8th	1765.87	1766.82

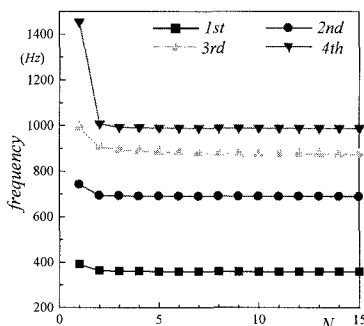


図-2 固有振動数の収束状況

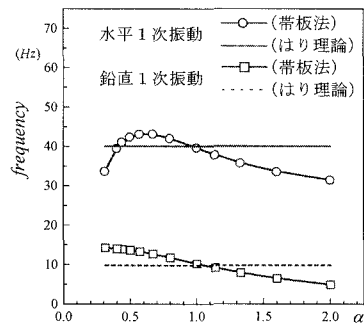


図-3 要素分割幅の影響

表-2 固有振動モード

	1st	2nd	3rd	4th	5th
Case1					
Case2					
Case3					