

日本鉄塔工業 正員 竹下浩司

山口大学 正員 會田忠義

山口大学 正員 麻生稔彦

1 まえがき

対象構造物の複数の振動モードを抑制する装置として、動吸振部材とそれを制振対象構造に連結する連結ばねおよび連結ダンパーから構成される動吸振システムが提案され、動吸振システムの調和外力振動に対する調整式および制振効果は明らかにされてきている^{1,2)}。本研究は、動吸振システムを有する構造系が自由振動を行う場合の動吸振システムの調整法とその制振効果を明らかにすることを目的とする。

2 運動方程式とモード方程式

図-1に示す動吸振システムを取り付けた系の運動方程式を以下に示す。

$$\begin{aligned} \text{対象部材 : } & m_1 \ddot{w}_1(x, t) + EI_1 w_1''(x, t) + c_1^* \dot{w}_1(x, t) \\ & + c(x) \{ \dot{w}_1(x, t) - \dot{w}_2(x, t) \} + k(x) \{ w_1(x, t) - w_2(x, t) \} = 0 \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{動吸振部材 : } & m_2 \ddot{w}_2(x, t) + EI_2 w_2''(x, t) + c_2^* \dot{w}_2(x, t) \\ & + c(x) \{ \dot{w}_2(x, t) - \dot{w}_1(x, t) \} + k(x) \{ w_2(x, t) - w_1(x, t) \} = 0 \quad (2) \end{aligned}$$

w_1, w_2 : 各部材の振動変位, m_1, m_2 : 各部材の単位長さ質量, EI_1, EI_2 : 各部材の曲げ剛性, c_1^*, c_2^* : 各部材の内部粘性減衰係数, k : 連結ばねのばね係数, c : 連結ダンパーの減衰係数

対象部材および動吸振部材の振動変位 $w_1(x, t)$ および $w_2(x, t)$ を固有関数と両部材の時間の未知関数 $\rho_{1p}(t)$ および $\rho_{2p}(t)$ との積の級数和として次式で表す。

$$w_1(x, t) = \sum_{i=1}^M \Phi_i(x) \rho_{1p}(t), \quad w_2(x, t) = \sum_{j=1}^M \Phi_j(x) \rho_{2p}(t) \quad (3)$$

連結ばねおよびダンパーが等分布状態の場合、式(3)を式(1)および(2)に代入し、 p 次モードに注目し、モード解析法を応用すると式(4)および(5)に示すモード方程式が得られる。これらのモード方程式は図-2に示す2自由度3ばね系の運動方程式を表す。

$$\text{主振動系 : } m_1 \ddot{\rho}_{1p}(t) + \bar{k}_{1p} \rho_{1p}(t) + \bar{c}_{1p} \{ \dot{\rho}_{1p}(t) - \dot{\rho}_{2p}(t) \} + \bar{k}_p \{ \rho_{1p}(t) - \rho_{2p}(t) \} = 0 \quad (4)$$

$$\text{副振動系 : } m_2 \ddot{\rho}_{2p}(t) + \bar{k}_{2p} \rho_{2p}(t) + \bar{c}_{2p} \{ \dot{\rho}_{2p}(t) - \dot{\rho}_{1p}(t) \} + \bar{k}_p \{ \rho_{2p}(t) - \rho_{1p}(t) \} = 0 \quad (5)$$

上式中、 $\bar{c}_p = c_0 D_{pp} \gamma_p$, $\bar{k}_p = k_0 D_{pp} \gamma_p$, $\gamma_p = m_1/m_{1p} = m_2/m_{2p}$, $\bar{k}_{1p} = m_1 \omega_{1p}^2$, $\bar{k}_{2p} = m_2 \omega_{2p}^2$, $D_{pp} = \int_0^L \Phi_p^2(x) dx$

3 動吸振システムの調整法

対象部材の自由振動時の p 次モードの振動変位を抑制するためには、図-2の2自由度系において、主振動系と副振動系のモード減衰比(ξ_{1p}, ξ_{2p})が共に最大となる \bar{k}_p および \bar{c}_p は、 p 次のモード座標系における ξ_{1p} と ξ_{2p} が等しく、かつ、両振動系の固有円振動数(ω_{1p}, ω_{2p})が等しくなる条件より求められる³⁾。図-2の2自由度3ばね系では、 \bar{k}_p, \bar{c}_p および \bar{k}_{2p} が次式で求められる。

$$\bar{k}_{2p} = \mu \bar{k}_{1p} f_3^2, \quad \bar{k}_p = \frac{\mu \bar{k}_{1p} (1 - f_3^2) (1 - \mu^2 f_3^2)}{(1 + \mu)^2 (1 + \mu f_3^2)}, \quad \bar{c}_p = 2\mu \sqrt{\frac{m_1 \bar{k}_{1p} \mu (1 - f_3^2)^2}{(1 + \mu)^2 (1 + \mu f_3^2)}} \quad , \quad f_3^2 = \frac{\sqrt{\mu} - 2\xi}{\sqrt{\mu} + 2\mu\xi} \quad (6)$$

キーワード：自由振動, はり部材, 動吸振システム, 振動抑制

連絡先：〒755-8611 山口県宇部市常盤台 2557 TEL 0836-35-9436 FAX 0836-35-9429

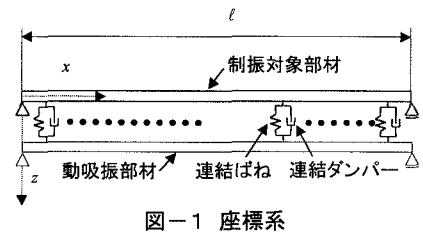


図-1 座標系

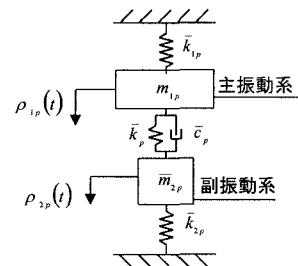


図-2 2自由度3ばね系

対象部材の p 次モードを制振対象モードするとき、 p 次モードを振動発生時から n 周期後に初期振幅 A_0 の r 分の 1 に減衰させるための減衰比 ξ は $\xi = \ln r / 2n\pi$ で求められる。このとき、質量比 μ および減衰比 ξ を設定すると、動吸振部材の剛性 EI_2 、基準ばね係数 k_0 および基準減衰定数 c_0 が次式のように求められる。

$$EI_2 = \mu EI_1 f_3^2, k_0 = \frac{m_2 \omega_{lp}^2 (1 - f_3^2) (1 - \mu^2 f_3^2)}{D_{pp} \gamma_p (1 + \mu)^2 (1 + \mu f_3^2)}, c_0 = \frac{2m_2 \omega_{lp}}{D_{pp} \gamma_p} \sqrt{\frac{\mu (1 - f_3^2)^2}{(1 + \mu)^2 (1 + \mu f_3^2)}} \quad (7)$$

4 動吸振システムによる自由振動抑制効果

解析対象となる単純支持ばりの諸元を表-1に示す。質量比 $\mu = 0.1$ の場合を想定し、対象ばりの 1 次モードを制振対象モードとして、この 1 次モードを振動発生時から 10 周期後の振幅を初期振幅の 1/10 に減衰させる場合を考えた。このとき必要な減衰比は $\xi = 3.66 \times 10^{-2}$ である。式(7)から得られた動吸振システムの調整結果と動吸振ばりの諸元を表-2に示す。このときの各モードのモード減衰比を表-3に示す。

ばね係数 k_0 および減衰係数 c_0 の変化とともに 1 次のモード減衰比 ξ および減衰固有円振動数 ω_0 の変動を図-3に示す。図より、動吸振システムの調整法の妥当性が明らかである。

図-4に示す自由振動応答（応答曲線の包絡線）は対象ばりの 1/2 点に初期荷重を載荷し、同点を観測した場合(case 1)と、対象ばりの 1/4 点に初期荷重を載荷し、同点を観測した場合(case 2)である。図-4(a)は対象ばりの 1 次～4 次モードまでを考慮した場合の応答で、case 1 では 10 周期後に初期振幅のおよそ 1/10 に減衰しているが、case 2 では、制限振幅まで減衰していない。図-4(b)より 1 次モードの応答は case 1, case 2 とともに、10 周期後に初期振幅の 1/10 に減衰している。図-4(c)より、2 次・3 次モードの応答はある減衰していないが、1 次モードの応答に比べると小さい。このように制振対象モード以外のモードについてはモード減衰比が小さく、特に対象ばりの 2 次モードでは応答は小さいが、全モードを考慮した場合に、わずかであるが影響を与えており、制振効果は低い。

5 まとめ

本研究では、定常加振時における対象構造物の複数の振動モード抑制のために考案された動吸振システムの自由振動抑制のための調整法を示し、その制振効果を明らかにした。

参考文献

- 1) Aida,T.,et al. : Vibration Control of Beams by Beam-Type Dynamic Vibration Absorbers. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.118, pp.248~258 (1992)
- 2) Aida,T.,et al. : Vibration Control of Plates by Plate-Type Dynamic Vibration Absorbers. Journal of Vibration and Acoustics, ASME, Vol.117, pp.332~338(1995)
- 3) Fujino,Y.,et al. : Design Formulas for Tuned Mass Dampers Based on a Perturbation Technique. Earthquake Engineering And Structural Dynamics, Vol.22, pp.833~854(1993)

表-1 対象ばり諸元

ℓ_1 (m)	30.5
m_1 (Ns^2/m^2)	2.07×10^3
EI_1 (Nm^2)	3.44×10^8

表-2 動吸振システム諸元

m_2 (Ns^2/m^2)	207.0
EI_2 (Nm^2)	2.58×10^7
k_{opt} (N/m^2)	575.0
c_{opt} (Ns/m^2)	118.0

表-3 モード減衰比

i	ξ_{1i}	ξ_{2i}
1	3.66×10^{-2}	3.66×10^{-2}
2	1.78×10^{-3}	1.87×10^{-2}
3	7.43×10^{-4}	8.42×10^{-3}

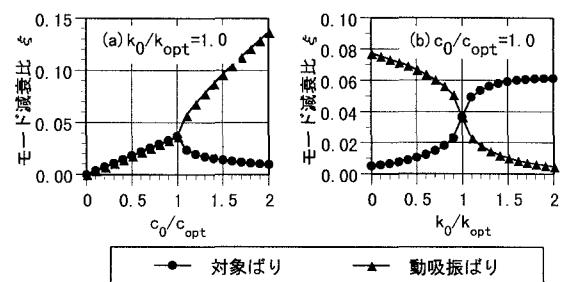


図-3 解析モデル動特性

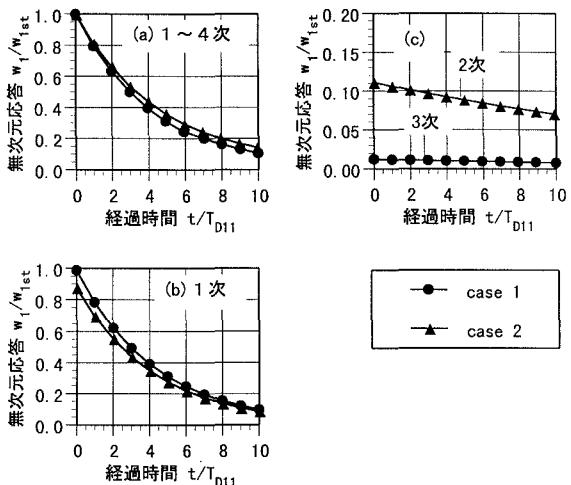


図-4 自由振動応答