

I - B 459 MATLAB による複素固有値解析に基づいた歩道橋の振動特性について

北海道大学大学院工学研究科 正 員 小幡 卓司
 J R 東 海 (株) 正 員 玉垣 達也
 北海道大学大学院工学研究科 フェロー 林川 俊郎
 北海道大学大学院工学研究科 フェロー 佐藤 浩一
 (株) 文 設 計 正 員 文 英治

1. ま え が き

平成7年1月に発生した兵庫県南部地震以来、平成8年12月には道路橋示方書・同解説 V耐震設計編¹⁾（以下、基準と称す）が改訂され、従来にも増して橋梁構造物の耐震性が注目されるようになってきた。この基準の中で、地震時の挙動が複雑な橋梁については、時刻歴応答解析あるいは応答スペクトル法等を行って耐震性能を照査するよう規定され、近年においては設計段階での動的特性の把握が極めて重要視される傾向になりつつある。

一般に、時刻歴応答解析、応答スペクトル等を用いる場合、問題となるのは解析対象となる橋梁の固有振動特性ならびに減衰特性である。固有振動特性に関しては、その正確な把握によって入力地震波の卓越振動数との関係からある程度動的応答特性の推定が可能であり、固有周期が長周期であるほど地震時の応答が低減することが知られている。また減衰特性については、構造物の動的応答量に直接大きな影響を及ぼすため、設計時において耐震性を検討する際には正確に減衰定数を推定する必要があると考えられる。しかしながら、現状では高欄等の付属物の全体剛性に与える影響や具体的な減衰定数の値が判然としないため、設計時における解析結果と完成後の実測値が一致しない場合もしばしば見受けられる。一方、最近のコンピュータならびに計算技術の飛躍的な向上は目を見張るものがあり、従来では困難であった様々な解析も比較的容易に行える傾向にある。特に MATLAB²⁾のような解析・設計支援 CAD ソフトウェアにおいては、上記の時刻歴応答解析等の複雑なアルゴリズムがコマンドとして用意されており、非常に簡単なプログラムを記述することで各種の解析が容易に行えるようになってきた。

以上を踏まえて、本研究では橋梁構造物の固有振動特性ならびに減衰特性を同時に把握するための基礎的検討を行うために、MATLAB を用いて複素固有振動解析を行った。具体的には、構造が比較的単純である歩道橋を対象として、部材ごとの減衰定数を仮定することにより減衰マトリックスを構築し、解析を実施した。また、得られた結果と、著者らが事前に行った実橋実験結果を比較検討し、本解析手法の妥当性あるいは設計への適用の可能性等に関して考察を加えたのでここに報告するものである。

2. 解 析 手 法

一般に、粘性減衰を受ける1自由度系の減衰振動の運動方程式は、以下のように表される³⁾。

$$\ddot{x} + 2h\omega \dot{x} + \omega^2 x = 0 \quad \omega^2 \equiv \frac{k}{m} \quad h \equiv \frac{c}{2m\omega} = \frac{c}{2\sqrt{km}} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 m, c, k はそれぞれ構造物の質量、粘性減衰定数、剛性であり、 ω は非減衰固有円振動数、 h は減衰定数を表している。式(1)の解が $x = Ce^{\lambda t}$ と仮定して代入すると特性方程式が得られ、その根 $\lambda_{1,2} = -h\omega \pm \omega\sqrt{h^2 - 1}$ より減衰を考慮した場合の固有円振動数 ω_d は次のようになる。

$$\omega_d = \omega\sqrt{1 - h^2} \quad \dots\dots\dots (2)$$

以上の手法を多自由度系に展開し、各部材の質量、粘性減衰定数あるいは減衰定数等を評価することにより、複素固有振動解析が可能となる。

本研究で用いた解析ソフトウェア MATLAB においては、Control System Toolbox に複素固有振動解析を行うコマンド **damp** が用意されている。このコマンドは、状態空間表示された構造物システムの各振動モードにおける非減衰固有振動数と減衰定数を求めるものである。本研究では、各質点の変位および加速度を状態量とした以下のような状態方程式を用いて解析を行った。

$$\frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}^{-1} \end{Bmatrix} \{\mathbf{U}\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $\mathbf{M}, \mathbf{K}$ は質量マトリックスおよび剛性マトリックス、 $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2$ は変位とその1回微分、また $\mathbf{U}$ は外力ベクトルである。減衰マトリックス $\mathbf{C}$ に関しては、各部材の減衰定数 h を、 $h=0.075\%$ と仮定して計算を行った。具体的な MATLAB による解析方法は、システムマトリックスを式(3)の状態方程式から求めた後、まず **ss** コマンドを用

Keywords: 振動特性、複素固有振動解析、減衰定数、MATLAB

北海道大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻 札幌市北区北13条西8丁目 TEL:011-706-6172 FAX:011-726-2296

いて構造物システムの状態空間表示を行う。次に得られた構造物システムに対して **damp** コマンドを適用して所定の解を得るものである。表-1 に本研究で用いた主なコマンドを示す。

表-1 コマンド一覧表

コマンド	機能
ss	システムの状態空間表示
eig	固有値問題の解法
damp	複素固有振動解析
plot	図形の描画

3. 減衰自由振動実験

本研究において対象とした歩道橋は、自転車道に架設されたスパン 59.3m+73.0m+59.3m、幅員 4.3m の3径間連続箱桁橋（以下、歩道橋 A と称する）と、スパン 28.9m、幅員 1.5m の一般的な横断歩道橋（以下、歩道橋 B と称する）の2橋である。測定方法は、所定の測定点6カ所にそれぞれ 2G 加速度ピックアップを設置して動ひずみ計で増幅し、A/D 変換ボードを介してパソコンに直接データを入力することにより加速度応答値を得た。サンプリング周波数は 200Hz を用いている。加振方法については人力加振にて行うこととし、測定するモード形状に応じてスパン中央あるいは 1/3 点等で1～数名がジャンプすると同時に測定を開始することとした。固有周期と減衰定数の把握に関しては、実験波形からパワースペクトルを求めて卓越周期を確認し、その結果に対して **Half power method**⁹⁾ を適用して減衰定数を求めることとした。表-2 に各歩道橋における鉛直振動の実験結果の一覧を示す。

表-2 実験結果一覧表

	歩道橋 A			歩道橋 B		
	振動数 (Hz)	周期 (sec)	減衰定数 (%)	振動数 (Hz)	周期 (sec)	減衰定数 (%)
mode 1	1.38	0.7273	2.1~2.2	2.44	0.4098	1.66
mode 2	1.95	0.5119	-----	8.55	0.1170	0.66
mode 3	2.44	0.4095	1.15~1.16	18.40	0.0543	-----
mode 4	4.93	0.2027	0.7~1.05	-----	-----	-----

以上のようにして、本研究では上記の歩道橋2橋について解析を行った。解析モデルは、両橋とも比較的構造が単純なため、3次元骨組構造モデルを採用することとした。解析結果の一例として、図-1 に歩道橋 A における低次の振動モード図を示す。また、表-3 は主な鉛直振動モードに関する解析結果の一覧である。

4. 解析結果およびその考察

これらの結果から、まず固有周期に着目すると、実験結果との誤差は歩道橋 A では最大でもおよそ 5% 以下となっており、歩道橋 B においても高次のモードでやや誤差が大きくなるものの、1次モードについては約 3% 程度であることがわかる。また減衰定数に関しても、解析結果は実測値に比較的良く一致しているものと思われる。したがって、MATLAB を用いた複素固有振動解析を行うことにより、比較的高い精度で橋梁の固有周期ならびに減衰定数を同時に評価できるものと推定され、設計時における耐震性の検討等に適用できる十分な可能性を有するものと考えられる。

5. あとがき

本研究は、橋梁構造物の固有振動特性ならびに減衰特性を同時に把握するための基礎的検討を行うために、MATLAB を用いて複素固有振動解析を行ったものである。解析結果と実測値の比較からは、固有周期、減衰定数とも比較的良く一致することが判明した。したがって、本解析手法は一般の耐震設計のみならず、部材の減衰性能を評価することにより、免震橋の照査等にも適用できる可能性を有するものと推定される。

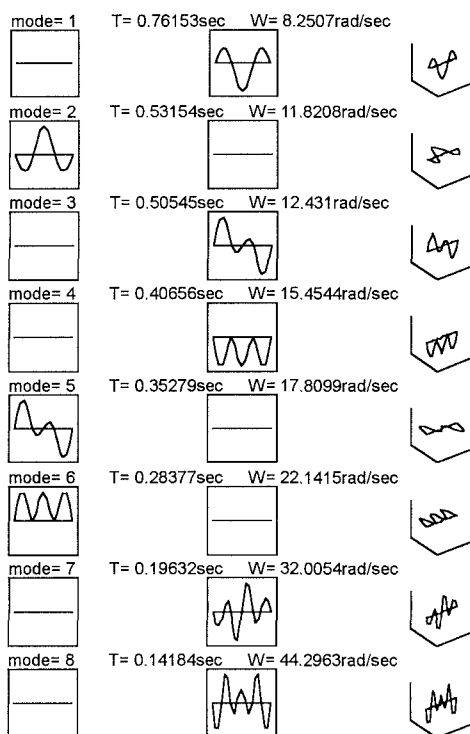


図-1 振動モード図（歩道橋 A）

表-3 解析結果一覧表

	歩道橋 A			歩道橋 B		
	振動数 (Hz)	周期 (sec)	減衰定数 (%)	振動数 (Hz)	周期 (sec)	減衰定数 (%)
mode 1	1.31	0.7615	2.25	2.36	0.4237	1.72
mode 2	1.98	0.5054	1.71	9.51	0.1052	0.40
mode 3	2.46	0.4066	1.29	21.46	0.0466	0.17
mode 4	5.09	0.1963	0.58	38.31	0.0261	0.10

【参考文献】

- 1) 日本道路協会編：道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編, 1996, 12.
- 2) The Math Works Inc.: Using MATLAB, サイバネットシステム株式会社, 1997.
- 3) 大崎順彦：新・地震動のスペクトル解析入門, 鹿島出版会, 1994.
- 4) 橋梁振動研究会編：橋梁振動の計測と解析, 技報堂出版, 1993.