

I - B 452

振動観測データから得られる推定値の信頼性区間評価

東京大学工学系研究科 学生員 ○貝戸清之 正会員 阿部雅人
フェロー 藤野陽三 学生員 吉田純司

1. まえがき

振動計測データは、対象となる構造系の等価な数学モデルを推定する際の有力な情報源となる。ところが橋梁のような大型構造物では定期的な振動計測の困難さから、データそのものが少なく十分なサンプルは得難い。このような状況下では得られた推定値の確かさを統計的に判断し、振動特性の把握に反映させることが望ましい。そこで本研究では推定値の統計的精度評価に対する Bootstrap 法の適用を提案する。

2. Bootstrap 法

Bootstrap 法¹⁾とは、ひとつのサンプルである観測データから多数の複製サンプルを生成し、各々の推定値をもとに標準偏差、信頼性区間、バイアスなどの統計的精度を検証する手法である。統計的精度の評価手法としては従来、 χ^2 検定や t 検定が用いられているが、いずれも母集団の確率分布が正規分布に従う仮定のもとに成立している。しかしながら構造物は一般には線形性を有していないことや加振源が主に非定常であるため観測データの定常性およびガウス性を保証できないことを考慮すれば母集団が正規分布に従うことを常に仮定できない。また、一方 Bootstrap 法は、「観測データ要素のひとつひとつがランダムな源から等しい確率で抽出されたものである」と仮定しており、サンプルの定常性や構造系の線形性は必要としない。さらにひとつのサンプルからでも統計的精度を検証することができるため、橋梁振動計測データの統計的精度の検証手法として適していると考ええる。また Bootstrap 法は基本的には繰り返し計算のみでありコンピュータによる処理に向いている。以下に Bootstrap 法の一般的な手順を示し、図1にはその概略を図示する。

- ① サンプルを構成する要素をサンプルと同じ要素数だけ重複を許して無作為に並び替えたものを複製作成する。このとき各要素の選定確率は全て等しく $1/n$ (n : 要素総数) でなければならない。これらを以下では Bootstrap サンプルと称する。
- ② 各々の Bootstrap サンプルに対して同一の解析を繰り返して行い、その計算結果から Bootstrap サンプルと同数の推定値を得る。以下 Bootstrap 複製推定値と称する。
- ③ Bootstrap 複製推定値をもとに統計的精度を検証する。

3. 観測データへの Bootstrap 法の適用

観測データは桁と橋脚天端で実測された地震時の加速度応答とし²⁾、その構造系を図2に示すように1自由度の等価線形モデルとみなした。

(1) パワースペクトルの信頼性区間評価：応答時系列を N 個のデータからなる M 個の小区間にオーバーラップを許して分割する。各々の小区間をフーリエ変換し、それらを $X_m(f)$ ($m=1,2,\dots,M$) とする。 $X_m(f)$ を重複を許して M 個を選び、 B 個の Bootstrap サンプル： $\hat{X}_{mb}(f)$ ($b=1,2,\dots,B$) を作成する。各 Bootstrap サンプルについてパワースペクトル $G_b(f)$ を求め、振動数ごとに B 個の Bootstrap 複製推定値を得る。

図3には桁の加速度データのパワースペクトルとその99%信頼性区間を示す。ここで Bootstrap サンプル数は2000個である。また $\alpha\%$ 信頼性区間は各振動数における Bootstrap 複製推定値のうち、上下限值から $(100-\alpha)/2\%$ 個のデータを除いた後の最大、最小値である。

サンプル（観測データ）
 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$



① Bootstrap サンプル

$$\begin{cases} \hat{X}_1 = (\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n) \\ \vdots \\ \hat{X}_M = (\hat{x}_M, \hat{x}_n, \dots, \hat{x}_{16}) \end{cases}$$



② Bootstrap 複製推定値

$$\hat{\theta}_M = s(\hat{X}_M)$$



③ 信頼性区間等評価

図1. Bootstrap 法

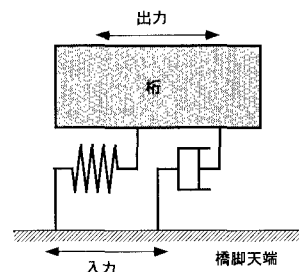


図2. 1自由度系モデル

キーワード：Bootstrap 法，信頼性区間，観測データ

連絡先：〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1 TEL：03-3812-2111 (ext 6099)，FAX：03-5689-7292

(2) 1 自由度系の固有振動数と減衰比の信頼性区間評価：

図2に示す構造系の同定は，入出力の観測データから求めた伝達関数と1自由度モデルの伝達関数の差の二乗を評価関数として，それが最小となる値を選定した²⁾。(1)と同様に入出力の各々の小区間でのフーリエ変換を $Y_m(f)$, $X_m(f)$ として Bootstrap 法を適用した。このとき Bootstrap サンプルは $\hat{X}_{mb}(f)$, $\hat{Y}_{mb}(f)$ ($b=1,2,\dots,B$) であり，Bootstrap 複製推定値は固有振動数と減衰比である。図4にはその Bootstrap 複製値 2000 個と 99%信頼性区間を示した。ただし，パラメトリックモデル下での相関のある二変数の信頼性区間は，

$$Q_m = \left(\frac{\hat{f}_m - \bar{f}}{\text{se}(\hat{f})} \right)^2 - 2\rho \left(\frac{\hat{f}_m - \bar{f}}{\text{se}(\hat{f})} \right) \left(\frac{\hat{h}_m - \bar{h}}{\text{se}(\hat{h})} \right) + \left(\frac{\hat{h}_m - \bar{h}}{\text{se}(\hat{h})} \right)^2 \quad (1)$$

で与えられる B 個の Q_m の上限値から $(1-\alpha)\%$ 個のデータを除いた確率楕円として表される³⁾。式中， $\hat{f}_m$, $\hat{h}_m$ は各 Bootstrap 複製推定値（固有振動数と減衰比）， $\bar{f}$, $\bar{h}$ はそれらの平均値， $\text{se}(\hat{f})$, $\text{se}(\hat{h})$ は標準偏差， ρ は $\hat{f}_m$, $\hat{h}_m$ の正規共分散係数である。今回，確率楕円算定の際に Bootstrap 複製推定値の個数を 2000 個としたが，図5に Bootstrap 複製推定値の変化に対する確率楕円の固有振動数に関する最大・最小値を示す。これより信頼性区間は $B=1500$ 付近から収束していることがわかる。また一般に信頼性区間の評価ために必要な Bootstrap 複製推定値の個数は 2000 個程度といわれている⁴⁾。

図6は交通振動観測記録をもとに作成した伝達率フィルター³⁾で処理した後の Bootstrap 複製推定値と 99%信頼性区間である。図4と比較して，固有振動数の信頼性区間が縮小されている。この要因はフィルター処理により伝達関数のピークが鋭くなり，固有振動数に関する同定誤差が低減されたことによる。また減衰比は数点，ばらつきが大きくなっているがそれらは信頼性区間外として評価されている。

4. まとめ

- (1) Bootstrap 法により 1 つのサンプルから得られた推定値の統計的評価を信頼性区間で示すことが可能である。
- (2) フィルタ処理を行うことで同定結果の信頼性区間は縮小され，推定精度が高められる。
- (3) 計算過程で使用される全てのパラメータは物理量と対応しており，観測，モデリング誤差等の仮定を要しない。

【謝辞】本研究は一部，財団法人セコム科学技術振興財団の研究助成によるものである。

【参考文献】1) B.Efron, R.Tibshirani : An Introduction to the Bootstrap, Chapman and Hall, 1993, 2) 阿部，藤野，吉田：1995 年兵庫県南部地震における阪神高速湾岸線松の浜免震橋の地震時挙動と免震効果の検証，土木学会論文集投稿中，3) N. F. Hunter, T. L. Paez : Application of the Bootstrap to the Analysis of Vibration Test Data, Proceedings of the 66th Shock and Vibration Symposium, pp99-108, 1996.11

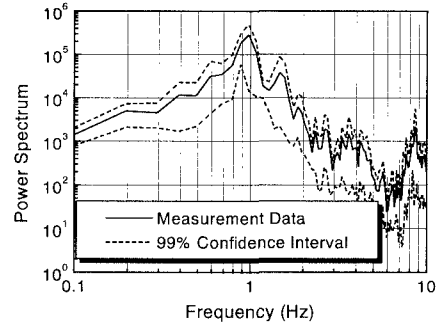


図 3. パワースペクトルの 99%信頼性区間

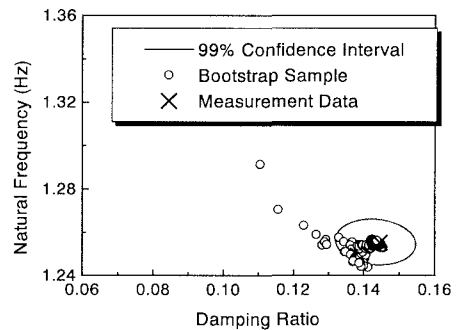


図 4.2 変数 99%信頼性区間（フィルター処理前）

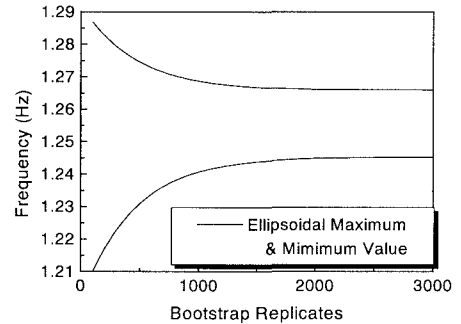


図 5. 確率楕円最大・最小値の収束

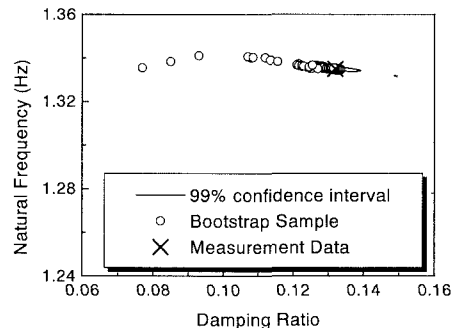


図 6.2 変数 99%信頼性区間（フィルター処理後）