土木学会第53回年次学術講演会（平成10年10月）

I－B185

梁の局所変形を考慮した衝撃荷重の一解析方法

北海道大学工学研究科　フェロー　三上　隆
北海道大学工学研究科　学生員　柴田俊文
北海道開発局　正　員　佐藤昌志

1．序論

衝撃体の梁への接触の応答を明確にすることは構造物の設計上重要であり、その基本的特性の把握は板や殻（シェル）に対しても多くの研究が行われている。通常衝撃解析を行う場合接触部の局所変形と梁の振動を考慮に入れた修正Hertz理論を使用する。この理論は非線形積分方程式で現され数値計算時に煩雑性を伴うため、ばねー質量系にモデル化して解析を行う例が多数報告されている。しかし局所変形に相当するばね定数（等価剛性）及び質量（等価質量）の導出方法を明瞭にした研究は少ない。そこで本研究では有限要素法を用いた等価剛性及び等価質量の一導出方法を提案し、剛球と梁の分離・付着条件を考慮に入れ、適用性・数値妥当性の比較を行った。また微分方程式をモード解析法を用いて解き、有限要素法の解と比較することで解析方法の拡張性を検討した。

2．解析方法

質量m_c、速度v_0の剛球が両端単純支持梁に梁中央に衝突する場合を考える。局所変形の等価剛性をk_1、等価質量をm_1とし、衝撃力を集中荷重と仮定して作用するものとした。

Bernoulli-Euler梁理論に基づき梁を有限要素法で離散化し、衝突時には剛球と質点が付着すると考えるとすれば運動方程式及び衝撃力fは以下のように示される。ただし減衰の影響は無視できるものとする。

$$[M]\{\ddot{u}\}+[K]\{u\}=\{0\} \qquad (1) \qquad\qquad f=-(m_1+m_c)\{\ddot{u}_1\} \qquad (2)$$

ここで$[M]$は質量マトリックス、$[K]$は剛性マトリックス、$\{u\}$は変位ベクトル、tは時間、そしてu_1は等価質量の変位である。式(1)を分離・付着条件（各時刻の変位・速度）を考慮に入れNewmarkβ法を用いて解析を行った。

次に等価剛性と等価質量の近似的な導出方法を示す。ここでは静的な三次元有限要素法を用いる。剛球の接触点に対応するスパン中央に上下から荷重Pを作用させる(図-1)。マトリックス表示すると次式となる。

$$[K_s]\{u_s\}=\{P_s\} \qquad (3)$$

等価剛性k_1は荷重載荷点の変位δを用いて次式より得られる。

$$k_1=P/\delta \qquad (4)$$

一方等価質量は式(3)の解$\{u_s\}$とモード解析法の等価質量の算定法を援用して導出する。モード解析法によればn次の等価質量は次式で定義される。

$$M_n=\{\phi_n\}^T[M_s]\{\phi_n\} \qquad (5)$$

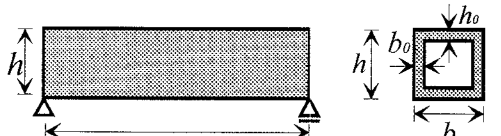

図-1　梁の横断面図

表-1　梁の諸元

b/h	0.1×10
L/h	0.15×10^2
h_0/h	0.20
b_0/h	0.20

ここで$\{\phi_n\}$はn次固有モード、$[M_s]$は質量マトリックスである。式(6)から得られる$\{u_s\}$をδで規準化し固有モードに使用して等価質量m_1を求める。

$$m_1=\{u_s\}^T[M_s]\{u_s\}/\delta^2 \qquad (6)$$

なお本研究では20節点の立体要素を、質量マトリックスは集中質量マトリックスを使用した。

キーワード：衝撃解析、局所変形、ヘルツ理論、ばねー質量系
連絡先：住所　札幌市北区北13条西8丁目・TEL (011)706-6176・FAX (011)726-2296

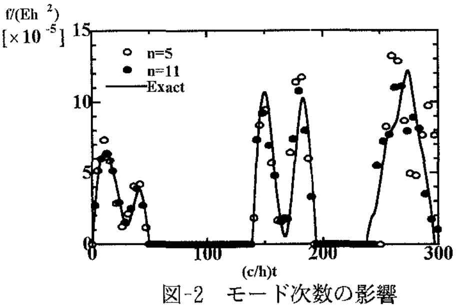

図-2　モード次数の影響

3．数値計算例

前章で述べた方法で求めた等価剛性及び等価質量を用いた解析結果を示す。数値妥当性の検討は修正 Hertz 理論を有限要素法及び Newton-Raphson 法で求めた解(以下便宜的に厳密解と称する)と比較して行った。図-1 に示す長さ L の中空断面の梁で二種類の諸元(表-1)を用い、以下の無次元化したパラメーターを用いて結果を整理する指標とした。

$$v = v_0 / c \qquad m_a = m_c / M_0$$
$$k = k_1 / k_0 \qquad m = m_1 / m_0$$

ここで v 、m_a 、k 、m は順に剛球の初期速度、剛球の質量、等価剛性、等価質量を表すパラメーターである。また c は縦波の速度、M_0 は梁の全質量である。k_0 、m_0 はそれぞれ梁の曲げ変形に対する等価剛性及び等価質量で次式で示される。

$$k_0 = 48EI / L^3 \qquad (7) \qquad\qquad m_0 = 17M_0 / 35 \qquad (8)$$

ここで E はヤング係数、I は断面二次モーメントである。k =0.88×10^2、m =0.79×10^{-2} の値を用い、また衝撃力、時間にそれぞれ$1/Eh^2$、c/hを乗じて無次元化して結果を示した。破線は厳密解、実線がここで提示した方法の結果である。

最初にモード解析法の適用性の確認を行う。解に影響を与えるモードの次数nを調べるため（図-3(a)の諸元）n =5 及びn =11 として解析を行った（図-2）。次数を 11 以上に設定すると有限要素法の解とほぼ一致することがわかる。次に本導出方法を使用した数値妥当性を検討するため有限要素法を用いた結果を示す。

図-3 の(a)と(b)及び(c)と(d)は剛球の質量を一定にして初期速度を変化させた結果である。いずれも分離・付着の時刻、衝撃力のピーク値等全体的挙動はよく再現されているが速度が大きい場合は衝撃力の最大値に差異が見られる。これは静的解析より求めた等価剛性及び等価質量を動的解析に用いたことに起因するものと思われ、動的な影響の導入の必要性を示唆している。

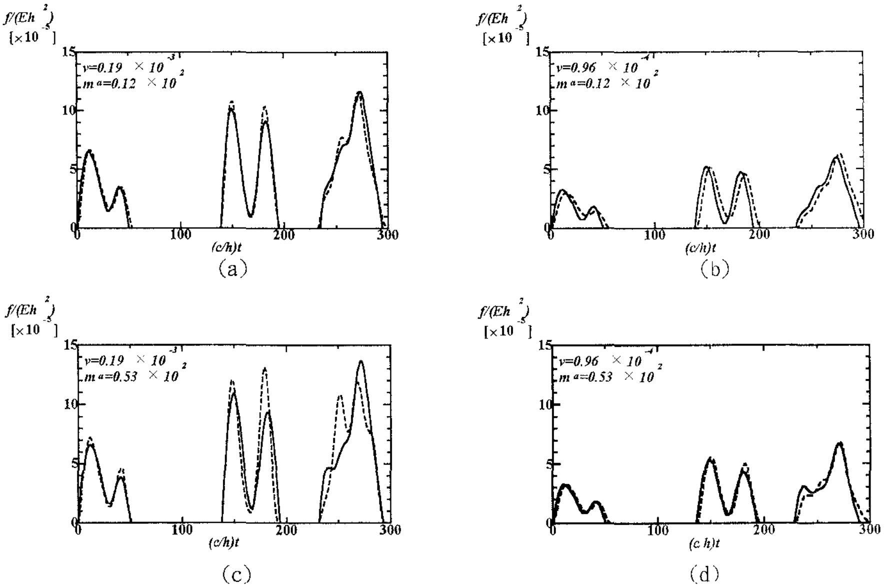

図-3　衝撃力波形

4．結論

〈1〉モード解析法を用いた解析方法の適用性が明らかになった。

〈2〉本研究で提示した近似解法では衝撃力の時刻歴波形の再現に対しほぼ妥当な結果を示している。