

I - B184

時間の影響を考慮した梁に作用する衝撃力の同定

北海道大学工学研究科 学生員 柴田俊文
 北海道大学工学研究科 フェロー 三上 隆
 (株)地崎工業技術開発部 正 員 須藤敦史

1. 概要

梁の衝撃挙動を明白にすることは安全性の検討において重要である。通常入力値である衝撃荷重は簡易な形状を仮定して解析を行うが、衝撃力波形の正確な評価は設計上不可欠である。これまでも時系列に関する変換行列を用いたカルマンフィルタを適用して応答波形から入力波形の同定を行ってきたが、良好な推定精度を得るには改善すべき課題も多い。一方、時系列に変化する値を同定する際に観測値に時間に対する重みを考慮して解析する「漸化形最小二乗法¹⁾」の研究例が報告されているが、変換行列に時間の影響を導入した知見は少ない。そこで本研究では変換行列に過去の影響を縮小する重みを乗じて観測値の影響を変化させその妥当性を検討した。

2. 理論

カルマンフィルタは以下の状態方程式及び観測方程式で構成されている^{2,3)}。

$$\frac{dx_t}{dt} = f(x_t, t) + G_t W_t \quad (1) \quad z_t = h(x_t, t) + V_t \quad (2)$$

ここで x_t は状態ベクトル、 G_t は変換行列、 W_t はシステム雑音ベクトル、 z_t は観測ベクトル、 V_t は観測雑音ベクトルである。今衝撃荷重を状態量とし、有限要素法を用いるため状態方程式が定常性を示すものと仮定する。式(1)を離散表示すると次式となる。

$$\hat{x}_{t+1} = I \hat{x}_t + W_t \quad (3)$$

ただし I は単位行列を表す。式(3)のように状態方程式を定常と仮定したため、カルマンフィルタの状態量推定アルゴリズムでは観測方程式を各推定状態量で偏微分した変換行列を求めなければならない。そこで式(4)に示すように影響係数法により近似的に求める。

$$\frac{\partial h_i(x_{jt})}{\partial x_j} = \frac{h_i(x_{jt} + \Delta x_j e_j) - h_i(x_{jt})}{\Delta x_j} \quad (4)$$

ここで Δx_j は x_j の微小増分、 e_j は j 番目の要素が1の単位ベクトルである。

式(4)の変換行列をマルコフ過程 (m 重マルコフ連鎖)⁴⁾ の考えに基づき2種類用意する。

$$H_t = \{0, \dots, 0, H_{t-m+1}, \dots, H_t, 0, \dots, 0\} \quad (5)$$

$$H_t = \{0, \dots, 0, H_t, 0, \dots, 0\}, \{0, \dots, 0, H_{t-1}, 0, \dots, 0\}, \dots, \{0, \dots, 0, H_{t-m+1}, 0, \dots, 0\} \quad (6)$$

変換行列は未知量と観測量の関係が非線形の場合は依存して変化するが、線形である場合には未知量の値に依らず一定となる。式(5)、(6)をそれぞれ変換行列(1)、変換行列(2)とする。

本研究では式(7)で表される重みを変換行列(1)(2)にそれぞれ乗じ、重みを考慮に入れていない変換行列とで解析を行う。

$$\gamma = \{\gamma_{s1}, \gamma_{s2}, \dots, \gamma_{st}, \dots, \gamma_{sn}\} \quad (7)$$

3. 解析

3-1. 諸元 L/h (梁の長さ/高さ) = 6.67、 b/h (梁の幅/高さ) = 0.52、 E/G (弾性係数/せん断弾性係数) = 2.4、 c (縦波の速度) = 0.35×10^6 (cm/sec) の両端支持梁の中央に三角形の形状を有する衝撃荷重が作用する

キーワード：衝撃解析、カルマンフィルタ、マルコフ過程、時系列

連絡先：住所 札幌市北区北13条西8丁目・TEL (011)706-6176・FAX (011)726-2296

とし、梁中央のひずみの値より衝撃荷重の同定を行う。梁はTimoshenko梁理論に基づき有限要素法で離散化し、対称性より片側半分を20要素に分割して解析を行った。時間積分法はNewmark β 法を採用した。 P （推定誤差の共分散） $=100$ 、 R （観測誤差の分散） $=1.0 \times 10^{-6}$ 、 $\hat{x}_0$ （初期推定値） $=0$ の事前情報を用い、また正規乱数を観測誤差として観測波形に付加した。なお、ノイズの分散は 1.0×10^{-9} とした。式(7)で表される重みは $\gamma_{st-1} = \lambda_s \gamma_s$ とし、 $\lambda_s = 0.65$ として解析を行った。

3-2. 結果

結果を以下に示す。縦軸に衝撃荷重、横軸に時間をそれぞれ無次元化して示す。破線がモード解析より求めた厳密解、実線が同定した値である。図-1の(a)に通常の変換行列(1)の結果を、また(b)に時間の重みを乗じた結果を示す。

なお式(5)の影響時間数は $m=5$ を用いた。また変換行列(2)の結果を図-2(a)に、(b)に重みを乗じた結果をそれぞれ示し、影響時間数は $m=10$ を用いた。

変換行列(1)では重みを考慮することで収束性が向上しているのに対し変換行列(2)では雑音の平滑化の能力が向上している反面収束性は低下していることが確認できる。一般に同定値の収束性と雑音の除去性の間にはトレードオフの関係が存在し、変換行列(2)を使用した場合に後者の平滑化の能力が勝っていることが確認できる。

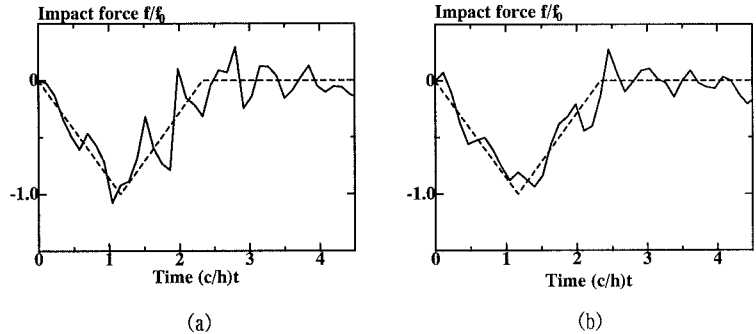


図-1 変換行列(1)

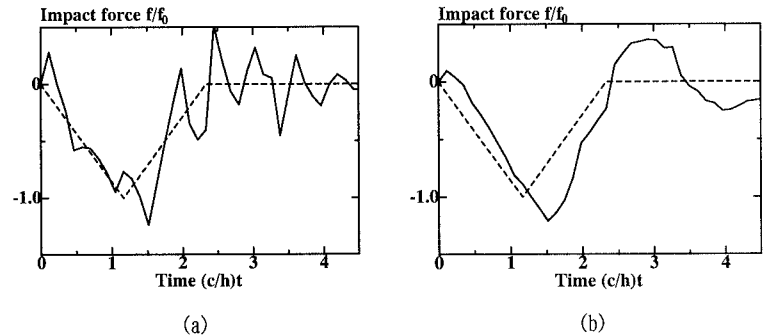


図-2 変換行列(2)

4. 結論

変換行列(2)では時間に対する重みを考慮することによって収束性の低下を招いたが、雑音除去には優れていることが確認できた。また、変換行列(1)では雑音の有無に関わらず良好な結果が得られた。前者は重みが同定値の適応性を下げていることを意味しているのに対し、後者は忘却機能を導入することで同定値の適応性と雑音除去性をバランス良く満足させる結果になることが確認できた。

参考文献

- 1) 佐藤忠信：地盤工学における逆解析(3. 逆解析の手法)、土と基礎、pp.67-72、1996、5月号
- 2) 星谷勝、斉藤悦郎：建設技術者のためのデータ解析と応用 カルマンフィルタを中心として、鹿島出版会、1991
- 3) R.E.Kalman：A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems, Journal of Basic Engineering, Transactions of the ASME, pp.35-45、1960、March
- 4) 森村英典、高橋幸雄：マルコフ解析、日科技連