

I - A249

ロバストカルマンフィルターの開発とその構造同定への応用

京都大学大学院 学生員 梶 啓介
京都大学防災研究所 正 員 佐藤 忠信

1. はじめに

カルマンフィルターは過去の観測量から得られる事前情報から推定された状態量を、新たに得られる観測量で修正していく同定手法である。したがって、観測値に異常値が混入すると、その後の同定値の信頼性は極端に悪くなる。そこで、観測値が有効な値であるか否かをあらかじめ診断し、有効な観測値のみを同定に用いる必要がある。こうした手法はロバスト推定法と呼ばれる。本研究では、Versatile 型復元力モデルで表現される非線形構造システムの観測方程式を線形化し、ロバスト推定法をカルマンフィルターに導入したロバストカルマンフィルターを用いて、観測値に異常値が含まれている場合の形状パラメータの同定を行う。

2. ロバストカルマンフィルター

本研究で用いる同定手法であるロバストカルマンフィルターについて説明する。

- (1) 初期値を設定する。
- (2) 状態量の事前推定値 $\bar{x}_t$ と事前誤差共分散行列 M_t を求める。

$$\bar{x}_t = \Phi_{t-1} \hat{x}_{t-1}$$

$$M_t = \Phi_{t-1} P_{t-1} \Phi_{t-1}^T$$

- (3) 観測後の誤差共分散行列 P_t を求める。

$$P_t = (M_t^{-1} + H_t^T W_t R_t^{-1} H_t)^{-1}$$

- (4) カルマンゲイン K_t を求める。

$$K_t = P_t H_t^T W_t R_t^{-1}$$

- (5) 状態量の最尤推定値 $\hat{x}_t$ を求める。

$$\hat{x}_t = \bar{x}_t + K_t (y_t - H_t \bar{x}_t)$$

- (6) 時刻を更新して(2)へ戻る。

ここで、 Φ_{t-1} は状態遷移行列、 H_t は観測行列、 R_t は観測誤差共分散行列である。 W_t は観測値の信頼性を表す重みを対角要素に配した行列であり、その重みは各観測値の残差 $v_t = y_t - H_t \hat{x}_t$ に基づいて次式で与えられる。

$$w_i = \begin{cases} \left\{ 1 - \left(\frac{v_i}{as} \right)^2 \right\}^2 & |v_i| < as \\ 0.0 & |v_i| \geq as \end{cases}$$

ここで、 s はスケール定数と呼ばれ、残差の標準的な大きさを示す。 a はスケール定数の何倍までを観測値として許容するかを決める定数である。

3. 解析手法と解析モデル

Versatile 型復元力モデルは次式で表される。

$$\dot{z}_i = k_i \dot{u}_i - \alpha_i |\dot{u}_i|^{n_i-1} z_i - \beta_i \dot{u}_i |z_i|^{n_i}$$

ここで、 z_i は復元力、 k_i は初期剛性、 u_i は層間変位、 α_i 、 β_i 、 n_i は形状パラメータを示す。累乗のパラメータ n_i を含むすべての形状パラメータを同定するために、次式で表される多次元 Versatile 型復元力モデルを提案する。

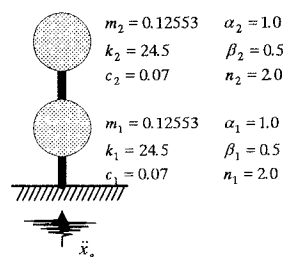


図1 解析モデル

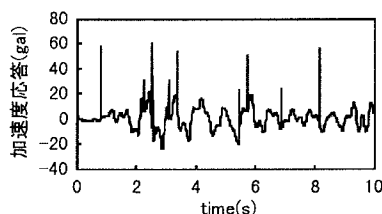


図2 加速度応答（質点1、異常値10個）

キーワード：線形同定法、ロバストカルマンフィルター、Versatile 型復元力モデル

連絡先：京都大学大学院工学研究科修士課程（〒606-8501 京都市左京区吉田本町・電話 075-753-7531）

京都大学防災研究所（〒611-0011 宇治市五ヶ庄・電話 0774-38-4065・FAX0774-38-4070）

$$\dot{z}_i = k_i \dot{u}_i - \sum_{j=1}^m \left(\alpha_{ij} |\dot{u}_i| |z_i|^{j-1} z_i + \beta_{ij} \dot{u}_i |z_i|^j \right)$$

ここで、 α_{ij} 、 β_{ij} は $n=j$ に対応する形状パラメーターを示す。したがって、多次元 Versatile 型復元力モデルには $n=1 \sim m$ に対応した m 個の α_i 、 β_i が存在する。ロバストカルマンフィルターを用いて同定すると、真値の n_i に対応する α_i 、 β_i のみ値を持ち、それ以外の n_i に対応する α_i 、 β_i がほぼ 0.0 に収束することで、形状パラメーター n_i を同定することができる。解析モデルとしては図 1 に示す非線形 2 自由度モデルを考え、モデルの非線形復元力は Versatile 型復元力モデルを用いる。入力地震動としては El Centro 地震記録の最大値を 25gal に調整したものを用いる。得られた応答値には、観測ノイズとして応答値の標準偏差の 1% の標準偏差を持つホワイトノイズを付加し、さらにロバストカルマンフィルターの有用性を検証するために、異常値を混入させる。異常値は、応答値の標準偏差の 5 倍の標準偏差を持つホワイトノイズを作成し、それを応答値 1000 ステップのうち任意の 10 ステップと入れ替えることにより混入する。こうして選られた観測波形(加速度応答)を図 2 に示す。解析においては、多次元 Versatile 型復元力モデルにおいて $m=5$ とし、スケール定数 s は過去 10 ステップの残差の中央値、 $a=10$ とする。全質点の変位、速度、加速度、入力地震動が観測値として得られたものとし、 k_i 、 α_i 、 β_i を状態量としたロバストカルマンフィルターで同定する。

4. 解析結果

図 3 にロバストカルマンフィルターを用いた場合の地盤と質点 1 間の $n=1 \sim 5$ に対応するパラメーター α_{1j} の同定時刻歴を示す。また、図 4 に通常のカルマンフィルターを用いた場合の $n=1$ に対応するパラメーター α_{1j} の同定時刻歴を示す。図 3 と図 4 を比較すると、通常のカルマンフィルターでは異常値の影響を受けて同定値が乱れているが、ロバストカルマンフィルターを用いると、異常値の影響を受けずに同定が行われていることがわかり、ロバストカルマンフィルターの有用性が示されている。図 3 からわかるように 1 回の同定では複数の α_i 、 β_i が値を持ち、 n_i を同定することができない。そこで、同定された $|\alpha_{ij}|$ 、 $|\beta_{ij}|$ の最大値の 30% 以下である項を削除した新たな多次元 Versatile 型復元力モデルを用いて同定を繰り返すことにする。表 1 に同定されたパラメーターの値を示す。この表より、4 回同定を繰り返すことで真値である $n_i=2.0$ に対応した項だけが残し、すべてのパラメーターが同定されていることがわかる。

表 1 同定されたパラメーターの値

パラメーター	同定回数	1	2	3	4	真値
α_1	n	1	0.3796	-0.0498		
		2	0.3858	1.0967	1.0015	1.0000
		3	0.2855	-0.0243		
		4	-0.0200			
		5	-0.0041			
	削除基準値	0.1157	0.3290			
α_2	n	1	0.3361	-0.1106		
		2	0.4839	1.0261	1.0187	1.0176
		3	0.3268	-0.0278		
		4	-0.0634			
		5	0.0102			
	削除基準値	0.1452	0.3078			
β_1	n	1	0.2428	-0.0683		
		2	0.2524	0.5332	0.5069	0.5060
		3	0.0316			
		4	0.0160			
		5	-0.0031			
	削除基準値	0.0757	0.1600			
β_2	n	1	0.1170	0.1544	-0.0204	
		2	0.1796	0.2614	0.4730	0.4670
		3	0.1235	-0.0640		0.5000
		4	0.0122			
		5	-0.0082			
	削除基準値	0.0539	0.0784	0.1419		
k_1		24.5430	24.5172	24.5527	24.5500	24.5000
k_2		24.3999	24.4473	24.4176	24.4273	24.5000

は削除された項を示す

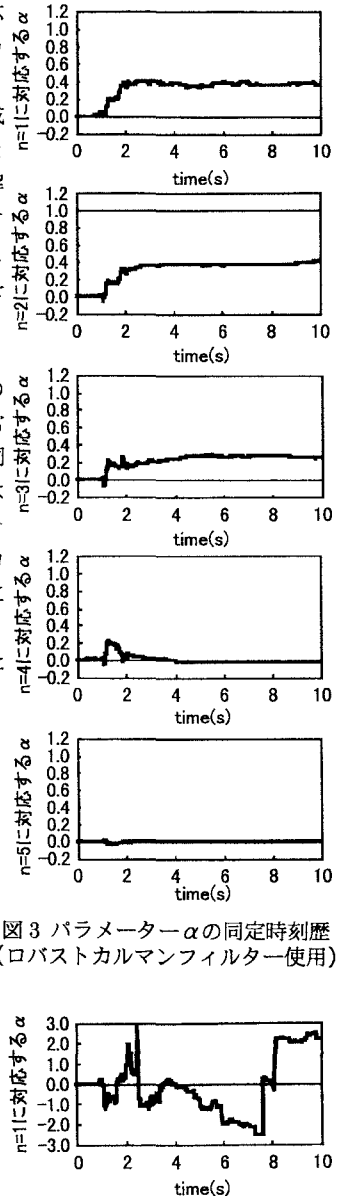


図 3 パラメーター α の同定時刻歴 (ロバストカルマンフィルター使用)

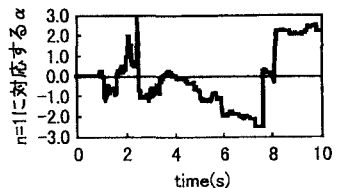


図 4 パラメーター α の同定時刻歴 (カルマンフィルター使用)

5. 結論

ロバストカルマンフィルターを用いることで、観測値に異常値が含まれている場合でも、Versatile 型復元力モデルのすべてのパラメーターを異常値の影響を受けることなく同定することができた。