土木学会第53回年次学術講演会（平成10年10月）

I－A240

側拘束のない矩形ラーメンの有効座屈長について*

法政大学工学部 学生会員 今井 裕敬, 大隅 祐史 / 正会員 阿井 正博†
政策研究大学院大学 正会員 西野 文雄

1. はじめに -. ラーメンの基本耐荷力機構が、はりによって拘束された柱部材の座屈にあることはよく知られている。他方で、骨組の全体座屈モードより部材毎の有効長を求める力学手法[1)]が提案されているが、ここでは、矩形ラーメン構造を基本の構造単位に分解した上で、それらの有効座屈長を展開することを考える。

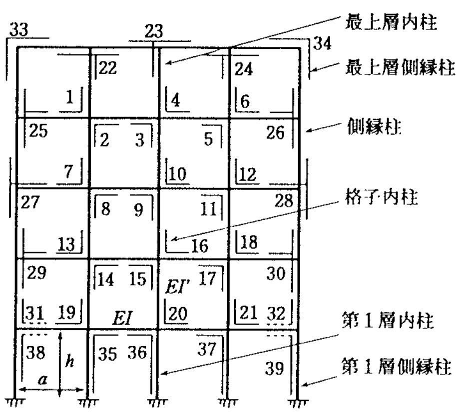

図1： 側方向拘束のない矩形ラーメン

2. 矩形ラーメンの構造単位 -. **図1** のラーメン構造において、内側の柱部材とはり部材に注目して同一条件のもとで接続させれば、**図2** の縦/横方向への連続格子が得られる。一様鉛直荷重に対して、その座屈は、変曲点間で同形モードが連続し、対称性より、構造単位［**格子内柱**］に帰着する。はり-柱理論のたわみ公式を展開すれば、次の座屈条件式が得られる：

$$\beta\tan\beta = 3\kappa$$

$$\text{ただし、}\quad \beta = \sqrt{\frac{P}{EI}}\cdot\frac{h}{2},\quad \kappa = \frac{hEI'}{aEI} \qquad (1)$$

次に、中間層の両縁の柱部材では、それらと隣接のはり部材のみから成る構造は **図3** の構造となり、構造単位［**側縁柱**］が得られる。また、最上層内側の柱とはり部材からは、横方向へ連続する格子が得られ、［**最上層内柱**］の構造単位が決まる。それらの座屈条件式は、順に

$$\beta\tan\beta = \frac{3}{2}\kappa, \qquad \beta\tan\beta = 6\kappa \qquad (2)$$

となる。［**最上層側縁柱**］の柱とはりからは、$a\times h$ の単位ラーメンが得られるが、その座屈は［**格子内柱**］と同じになる。

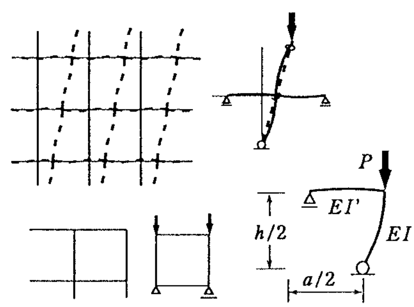

図2： 格子内柱と最上層側縁柱

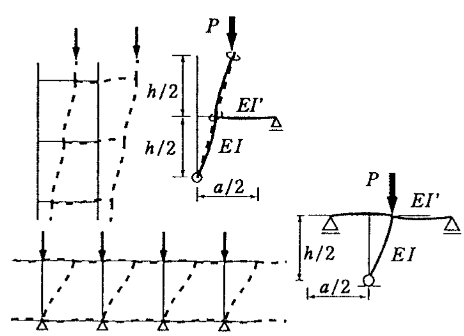

図3： 側縁柱と最上層柱

第1層の内側柱部材では、下端が固定とヒンジの場合で、**図4** の (a), (b) の構造単位が得られ、下端ローラでは、(c) の座屈モードが最弱となる。これらの［**第1層内柱**］の座屈条件式は、順に

$$\beta'\cot\beta' = -6\kappa,\quad \beta'\tan\beta' = 6\kappa,$$

$$\beta'\tan\beta' = 2\kappa \qquad \text{ただし、}\beta' = \sqrt{\frac{P}{EI}}\cdot h \qquad (3)$$

となる。また、これらの柱部材が第1層の両側にあれば、次の［**第1層側縁柱**］としての座屈条件式が

* キーワード：座屈, 有効長, ラーメン, 構造単位, 2次仕事
† 連絡先：〒184-8584 小金井市梶野町3-7-2 / Tel. 0423-87-6277, Fax. 〃-6124

得られる：

$$\beta' \cot \beta' = -3\kappa, \quad \beta' \tan \beta' = 3\kappa, \quad \beta' \tan \beta' = \kappa \tag{4}$$

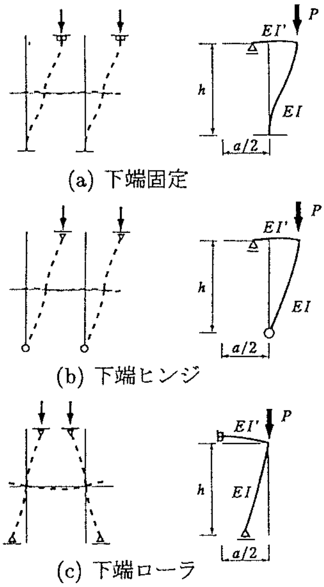

図4： 第１層内柱

式(1)～(4) を β と β' に関して数値的に解けば各構造単位単独の座屈軸力が決まるが、長さ h の単純はりに換算した有効長係数 ($K = \pi/(2\beta)$ or $K = \pi/\beta'$) は、剛比 $\kappa = 10^{-2} \sim 10^{2}$ の範囲で、図５ のように得られる。

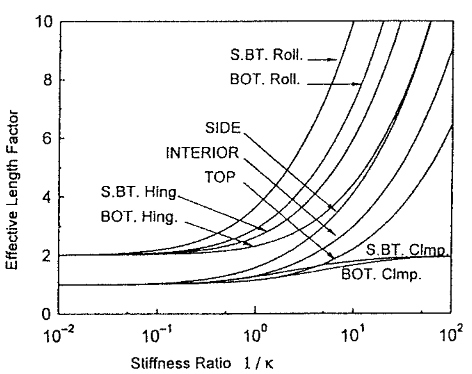

図５： 構造単位の有効長係数 K

3. 全体座屈時における構造単位の有効長 -. 線形載荷 $\{P_N\} = \rho\{P_N^{*}\}$ における骨組の全体座屈は

$$\left([\,K_{ON}\,] + \rho^{S}\,[\,K_{GN}^{*}\,] \right) \left\{ X_N^S \right\} = \{\,0\,\} \tag{5}$$

の固有値問題により決まる。$[\,K_{ON}\,]$ は初期剛性、$[\,K_{GN}^{*}\,]$ は荷重パラメータ ρ 当たりの幾何剛性マトリックスを表す。このとき、全体座屈モード $\{X_N^S\}$ 中の各部材モード $\{\boldsymbol{X}^S\}_{(m)}$ のその剛性 $[k^S]_{(m)}$ の上での２次形式(仕事)により部材毎の安定性が評価できるが、そのことを部分構造 $[i]$ について考える。$[i]$ に含まれる部材を $\{(m)\}_{[i]}$ として、座屈軸力を展開するために、基準となる部材 (m°) を定め、他の部材を (m') と表す。全体座屈時での軸力 $N_{(m)}^{S}$ の比が保持されるものとすれば、(m°) の軸力 N° を未知パラメータとして、他の (m') の軸力は

$$N_{(m')} = \alpha_{(m')}\,N^{\circ}, \quad \alpha_{(m')} = \frac{N_{(m')}^{S}}{N_{(m^{\circ})}^{S}} \tag{6}$$

と表わされる。全体座屈のモード $\{X_N^S\}$ での部分構造 $[\,i\,]$ の座屈条件式は、部材の２次仕事の和が零：

$$\sum_{[i]} \left\{\boldsymbol{X}^S\right\}_{(m)}^{T} \left([\,k_O] + N^{\circ}\alpha\,[\,\bar{k}_G]\right)_{(m)} \left\{\boldsymbol{X}^S\right\}_{(m)} = 0 \tag{7}$$

となり、これより座屈軸力 $N^{\circ C}$ が得られる。この軸力を基準部材の断面で換算すれば、部分構造としての有効座屈長：

$$l_{eff.}^{\circ} = \pi \sqrt{\left(\frac{EI}{N^C}\right)^{\circ}} \tag{8}$$

が決まる。

4. 数値計算例 -. 図１ の５層４列の矩形ラーメンで $a = h = 500.cm$, $EI = EI' = 7.665 \times 10^{6}\,ton \cdot cm^2$, $\sigma_Y = 2.4\,ton/cm^2$ とし、上節点の一様鉛直荷重に対する座屈解析を行った(図中の破線部は ×0.5 を表す)。全体座屈は、$P = 158.76\,ton$ で生じ、構造単位 [1] ～ [39] の有効長を３節での方法で求めれば、実応力比とそれらの細長比パラメータは 図６ のようになる。Euler 曲線上の黒点は、２節の構造単位毎の限界状態を表わす。

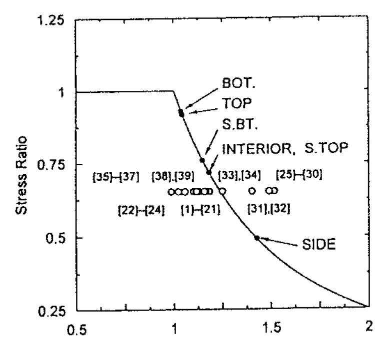

図６： 構造単位毎の安定状態

<参考文献> 1) Nishino, Ai and Nakano, *Struct.Eng./Earthq.Eng.*, JSCE, Vol.14, No.2, p.175s-184s, Oct., 1997.