

I - A239

側拘束された矩形ラーメンの座屈特性について*

法政大学工学部 学生会員 田村 健太郎, 三宅 晃 / 正会員 阿井 正博†
政策研究大学院大学 正会員 西野 文雄

1. はじめに - 鉛直荷重のもとでのラーメンは、はりは安定域にありながら柱が過座屈の状態となって、全体座屈が生じるが、ここでは、側拘束されたラーメン構造の中でははりと柱から成る構造単位を考えて、全体の座屈特性との関係を考察する。

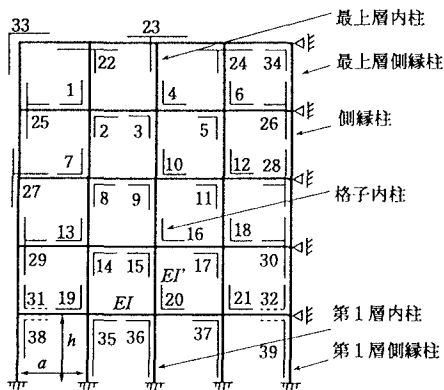


図1：側方向拘束された矩形ラーメン

2. 構造単位 - 図1の側拘束された矩形ラーメン構造において、内側の柱部材と隣接のはり部材に注目して、それらを同一条件のもとで連結すれば、図2の縦/横方向へ連続する格子が得られる。一樣鉛直荷重に対して、その座屈モードは変曲点間で同形となり、対称性より、構造単位「格子内柱」の座屈に帰着する。はり-柱理論のたわみ公式を用いて、座屈条件式が得られる：

$$\beta \cot \beta = -\kappa$$

$$\text{ただし、} \beta = \sqrt{\frac{P}{EI}} \cdot \frac{h}{2}, \quad \kappa = \frac{hEI'}{aEI} \quad (1)$$

中間層での両縁の柱部材において、それらと隣接のはりのみから成る構造は図3の縦方向への格子となり、対称性より構造単位「側縁柱」が得られる。最上層内側の柱とはりは、横方向への格子となり、「最上層内柱」の構造単位が決まる。それらの座屈条件式は、順に

$$\beta \cot \beta = -\frac{\kappa}{2}, \quad \beta \cot \beta = -2\kappa \quad (2)$$

となる。「最上層側縁柱」の柱とはりからは、 $a \times h$ の単位ラーメンが決まるが、その座屈は「格子内柱」と同じになる。

第1層の内側柱部材では、下端が固定とヒンジの場合で、図4と5の構造単位にそれぞれ分解できる。下端ローラでは、図6の座屈モードが最弱となる。これらの「第1層内柱」の座屈条件式は、順に

$$(\beta' \sin \beta' - \beta'^2 \cos \beta') + 2\kappa(2 - 2 \cos \beta' - \beta' \sin \beta') = 0$$

$$\beta'^2 \sin \beta' + 2\kappa(\sin \beta' - \beta' \cos \beta') = 0$$

$$\beta' \tan \beta' = 2\kappa \quad \text{ただし、} \beta' = \sqrt{\frac{P}{EI}} \cdot h \quad (3)$$

となる。これらの柱部材が第1層の両側にあれば、次の「第1層側縁柱」としての座屈条件式が得られる：

$$(\beta' \sin \beta' - \beta'^2 \cos \beta') + \kappa(2 - 2 \cos \beta' - \beta' \sin \beta') = 0$$

$$\beta'^2 \sin \beta' + \kappa(\sin \beta' - \beta' \cos \beta') = 0$$

$$\beta' \tan \beta' = \kappa \quad (4)$$

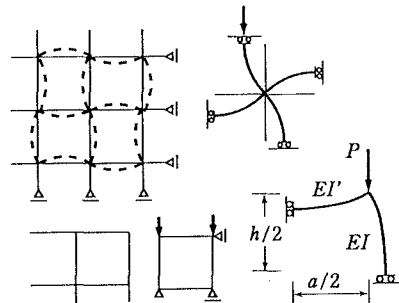


図2：格子内柱と最上層側縁柱

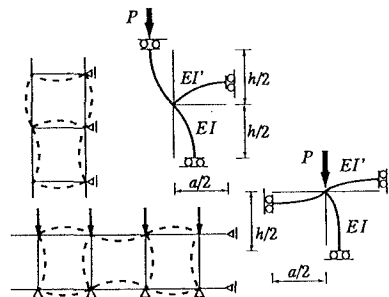


図3：側縁柱と最上層柱

* キーワード：座屈，側拘束，ラーメン，構造単位，2次仕事

† 連絡先：〒184-8584 小金井市梶野町3-7-2 / Tel. 0423-87-6277, Fax. #-6124

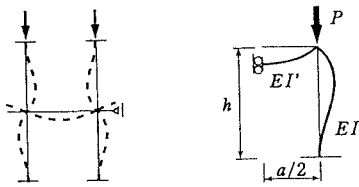


図4：第1層下端固定

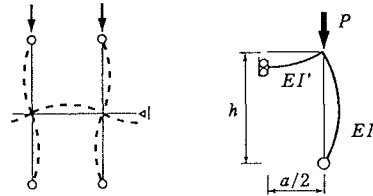


図5：第1層下端ヒンジ

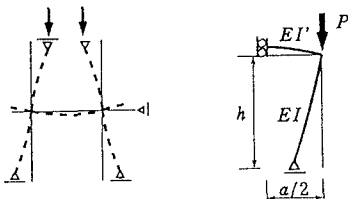


図6：第1層下端ローラ

式(1)～(4)を β と β' に関して数値的に解けば各構造単位の座屈軸力が決まり、長さ h の単純はりに対する座屈係数($p = P_{cr} \cdot h^2 / \pi^2 EI$)は、剛比 $\kappa = 10^{-2} \sim 10^2$ の範囲で、図7のように得られる。

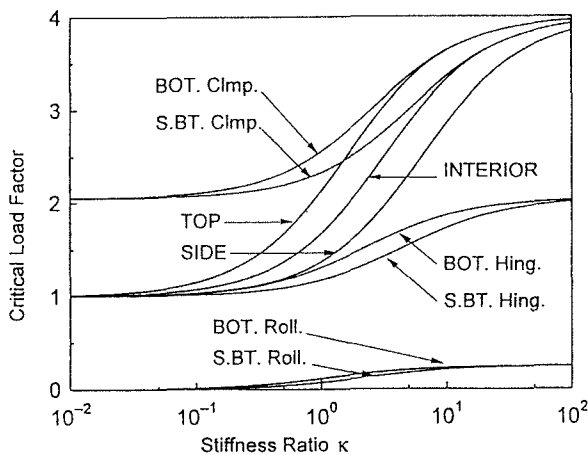


図7：構造単位の座屈係数 p

3. 全体座屈時での構造単位の安定性 -. 線形

載荷 $\{P_N\} = \rho\{P_N^*\}$ での骨組構造の全体座屈は

$$([K_{ON}] + \rho^S [K_{GN}^*]) \{X_N^S\} = \{0\} \quad (5)$$

の固有値問題により決まる。 $[K_{ON}]$ は初期剛性、 $[K_{GN}^*]$ は荷重パラメータ ρ 当たりの幾何剛性マトリックスを、また上添字 $(^S)$ は全体座屈時での値を表す。全体座屈とは、その剛性マトリックス $[K_N^S] = [K_{ON}] + \rho^S [K_{GN}^*]$ の座屈モード $\{X_N^S\}$ 方向への2次仕事为零値：

$$\{X_N^S\}^T [K_N^S] \{X_N^S\} = 0 \quad (6)$$

となる状態ともいえる。全体剛性 $[K_N]$ は、部材剛性を重ね合わせたものであり、全体座屈における各部材モードの部材剛性 $[k^S]_{(m)}$ の上での2次仕事の正負によって部材の安定性を知ることができる¹⁾。ここでは、部分構造 $[i]$ に注目するものとして、含まれる部材を $\{(m)\}_{[i]}$ とする。全体座屈におけるこの構造部分の安定性についても、その中の部材の2次仕事の和：

$$\Lambda_{[i]} = \sum_{\{(m)\}_{[i]}} \{X^S\}_{(m)} [k^S]_{(m)} \{X^S\}_{(m)} \quad (7)$$

の正/負によってその安定/不安定をいうことができる。

4. 数値計算例 -. 図1の5層4列の矩形ラーメンで $a = h = 500 \text{ cm}$, $EI = EI' = 1.0668 \times 10^6 \text{ ton} \cdot \text{cm}^2$, $\sigma_Y = 2.4 \text{ ton/cm}^2$ とし、上2節点での鉛直荷重に対して数値解析を行った(図中の破線部は $\times 0.5$ を表す)。全体座屈は、 $P = 89.18 \text{ ton}$ で生じ、式(7)による構造単位[1]～[39]の2次仕事 $\Lambda_{[i]}$ の分布は図8のように得られた。実線が負値(不安定)、破線が正值(安定)を表わす。

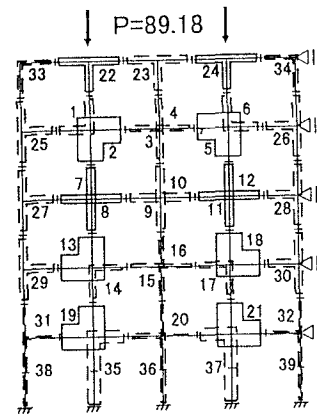


図8：構造単位の2次仕事分布

<参考文献> 1) Nishino, Ai and Nakano, *Struct. Eng./Earthq. Eng.*, JSCE, Vol.14, No.2, p.175s-184s, Oct., 1997.