I－A226

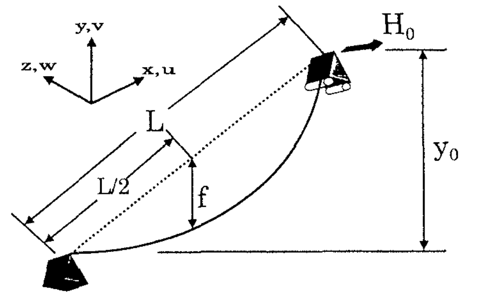
３次元単一ケーブルの自由振動特性について

大同工業大学大学院　学生員　○加藤秀一
大同工業大学工学部　正会員　水澤富作

１．はじめに

ケーブルの振動特性は、ケーブルの動的応答や制振・制御を検討する上で必要になる[1]。２次元単一ケーブルまたはケーブルシステムの自由振動解析については、これまでに多く報告されているが、大多数のケーブルは両端が固定された場合を対象にしている。浮体の係留ケーブルとして用いられる海洋ケーブルを除くと、支点移動を考慮したケーブルの振動問題は、あまり検討されていないように思われる[2]。

本文では、Viscous Relaxation 法と３節点アイソパラメトリック・ケーブル要素を用いて、図・１に示すような３次元単一ケーブルの初期つり合い形状を求め、このつり合い形状を中心にした自由振動解析を行い、３次元ケーブルの振動特性に与える傾斜、サグ比や境界条件の影響について検討している。



L_0 = 200.0 (61.0 m) ft.　E = 1.0E6 lb.sec.^{2}/ft.^{4}
A_0 = 0.1 ft.^{2}　W_0 = 0.1 lb./ft.

図・１　一端が水平移動するケーブル

２．解析手法

ケーブルは幾何学的非線形性の大きな問題であり、一般にケーブルの曲げ剛性やねじり剛性を無視し、完全に柔軟な一軸引張り材であると仮定される。また、任意のサグを持つ３次元単一ケーブルの自由振動問題は振動振幅に依存する非線形問題になる。ここでは、ケーブルの初期つり合い形状を中心にした微小振幅振動を仮定し、線形化問題として式の定式化を行っている。すなわち、アイソパラメトリック・ケーブル要素と Viscous Relaxation 法を用いて初期つり合い形状解析を行い、またこの初期つり合い形状を中心にした微小振幅振動を固有値問題として解析し、振動数や振動モード形状を求める。式の誘導の詳細については省略するが、初期つり合い形状に対して、微小変位の仮定により高次の非線形項を無視して線形化すると、ケーブルの自由振動方程式は、次式で与えられる。

$$[M]\{\ddot{u}\}+[K_T]\{u\}=\{0\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

ここで、$[M]$＝質量マトリックス、$[K_T]$＝接線剛性マトリックスである。また、$\{\ddot{u}\}$＝加速度ベクトル、$\{u\}$＝変位ベクトルである。微小振幅振動と調和振動を仮定すると、変位ベクトルは、$\{u\}=\{U\}\sin\omega t$ で与えられるので、これを式（1）に代入すれば、次式のように表される。$([K_T]-\omega^2[M])\{U\}=\{0\}$ …………………（2）

したがって、式（2）の固有値計算を行えば、ケーブルの初期つり合い形状を中心にした微小振幅振動の振動数や振動モード形状が求められる。ただし、ωは円振動数(rad./sec.)である。

３．数値計算例及び考察

はじめに、単一ケーブルの自由振動解析への適用性について示し、振動特性に与える傾斜、サグ比や境界条件の影響について示す。なお、数値計算例では計算条件として、L_0=200.0(61.0m) ft.,A_0=0.1 ft.^{2},E =1.0E6 lb./ft.^{2},W_0=0.1 lb./ft.を用いている。

表・1　支点移動をもつ水平ケーブルの振動数ω(rad./sec.)の収束性に与える要素分割数の影響と精度比較；f/L=0.0245(H_0=100.0 lb.)
L_0=200.0 ft., A_0=0.1 ft.^{2}, E=1.0E6 lb.sec.^{2}/ft.^{4}, W_0=0.1 lb./ft.

	Modes			
要素分割数	1th ω_1	2th ω_2	3th ω_3	4th ω_4
8	2.815	5.627	8.468	11.31
16	2.815	5.626	8.458	11.27
24	2.815	5.626	8.458	11.27
32	2.815	5.626	8.458	11.27
弦の理論	2.816	5.637	8.449	11.27

a) 面内振動

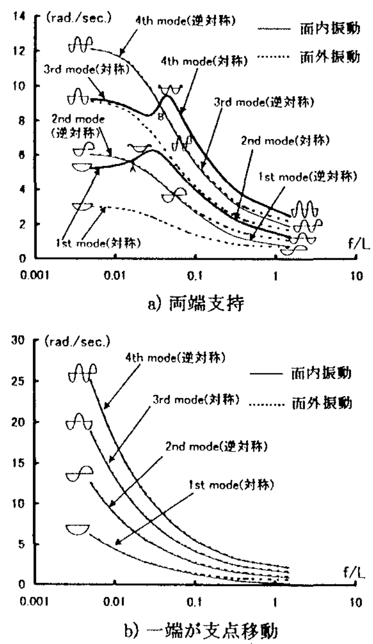
	Modes			
要素分割数	1th ω_1	2th ω_2	3th ω_3	4th ω_4
8	2.821	5.641	8.470	11.32
16	2.821	5.640	8.460	11.28
24	2.821	5.640	8.459	11.28
32	2.821	5.640	8.459	11.28
弦の理論	2.819	5.637	8.456	11.27

b) 面外振動

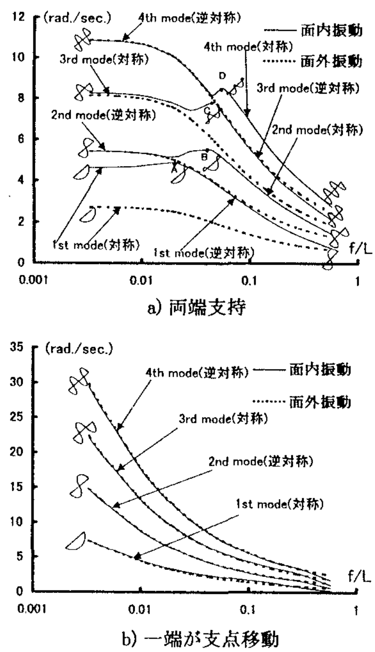
キーワード：３次元ケーブル，自由振動，遷移現象

〒457－8532　名古屋市南区白水町４０番地　　TEL. 052－612－5571　　FAX. 052－612－5953

表・1には、3節点ケーブル要素を用いて、移動支点を持つ水平ケーブルの振動数の収束性に与える要素分割数の影響と精度比較について示してある。ここで、低減積分を考慮し、要素分割数は8要素分割から32要素分割まで変化させている。これより、要素分割数の増大にしたがい一様な収束性が示され、その収束値は弦の理論で求めた解とよく一致している。図・2には、水平ケーブルの振動特性に与える支点移動とサグ比の影響が示してある。これより、両端支持された面内の対称モードに関しては、ある限られたサグ比で1段階高次の対称モードへと遷移する。したがって、このような点A，Bでは同一振動数に対して3つの振動モード形状（面内2、面外1）が存在する。このようなモード形状の遷移が生じる原因として、ケーブル要素に対して生ずる付加張力や伸びの影響があるものと考えられる。しかしながら、ケーブルの面外モードや面内の逆対称モードでは、サグ比に関係なくモードの遷移現象は起こらず、サグ比の増大にともない振動数は一様に減少する。また、移動支点を持つケーブルには、このようなモードの遷移は見られない。図・3には、傾斜ケーブルの振動特性に与える支点移動とサグ比の影響が示してある。これより、両端支持された傾斜ケーブルでもモード形状の遷移が生じてくるが、水平ケーブルとは異なっている。水平ケーブルでは、対称モードだけが1次高次の対称モードへと遷移するが、傾斜ケーブルでは、対称モードは逆対称モードへと遷移し、また逆対称モードは対称モードへと遷移する。このように水平ケーブルと異なる理由については、傾斜ケーブルでは自重の分布が非対称となることが影響していると考えられる。しかしながら、面外モードや移動支点を持つケーブルでは、水平ケーブルと同様にモード形状の遷移は起生じず、サグ比の増大にともない振動数は一様に減少する。また、単一ケーブルの振動問題では、面内振動と面外振動の連成は生じないことが明らかにされた。



図・2　水平ケーブルの振動数ωに与えるサグ比の変化；$y_0/L_0=0.0$



図・3　傾斜ケーブルの振動数ωに与えるサグ比の変化；$y_0/L_0=1/\sqrt{2}$

4．おわりに

本文で得られた結果は以下のようにまとめられる。（1）両端支持されたケーブルの面内振動で見られるモード形状の遷移現象は、移動支点を持つケーブルでは見られない。（2）ケーブルの面外モードや面内の逆対称モードでも、サグ比に関係なくモードの遷移現象は生じない。（3）ケーブルの振動特性に与えるサグ比や傾斜の影響は、両端支持されたものと比較してかなり異なった結果が得られる。（4）単一ケーブルの振動問題では、面内振動と面外振動の連成は生じない。

参考文献　1）山口，伊藤：単一ケーブルの三次元線形自由振動．土木学会論文報告集，第286号，pp.29－36，1979．2）加藤 他：ケーブルの初期つり合い形状と自由振動解析，中部支部研究発表会，1998．