

I - A225

超弾性膨張膜の初期つり合い形状と振動解析について

大同工業大学大学院 学生員 ○田中宏明
大同工業大学工学部 正会員 水澤富作

1. はじめに

膜構造は、大型の利用空間を作り出すテントやドーム、飛行船、消波用及びエネルギー備蓄用海洋構造物として広く用いられている。膜構造では、その厚さが非常に薄く、曲げや圧縮剛性が無視され、面内引張り力と面内せん断応力のみに抵抗するテンション構造物¹⁾である。また、初期圧力の導入前とその後での形状が異なり、また外力の作用によってもその形状が著しく変化する場合もある。

本文では、Viscous Relaxation 法とアイソパラメトリック・膜要素を用いて、図・1に示すような超弾性膨張膜の初期つり合い形状を求め、この初期つり合い形状を中心にした自由振動解析を行い、超弾性膜の力学的特性に与える圧力などの影響について検討している。

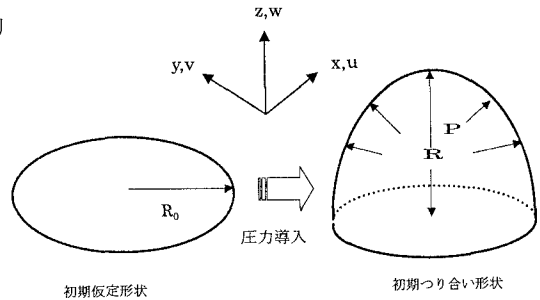


図 1 膨張膜

2. 解析手法 ここでは、3次元有限変位弾性理論と仮想

仕事の原理に基づきアイソパラメトリック膜要素の基礎方程式を導いている²⁾。

2. 1 等方性弾性材料の構成式 線形弾性材料の構成式は、次式で与えられる。

$$\tau^{ab} = C^{abcd} \gamma_{cd} \dots (1), \quad C^{abcd} = E\nu/(1+\nu)(1-2\nu)\alpha^{ab}\beta^{cd} + E/2(1+\nu)(\alpha^{ac}\beta^{bd} + \alpha^{ad}\beta^{bc}) \quad ; a,b,c,d=1,2$$

ここで、 τ^{ab} はKirchhoffの応力テンソル、 γ^{cd} はGreenのひずみテンソルを示す。Eは弾性係数、 ν はPoisson比であり、 α^{ab} は共反計量テンソルを示す。一方、Mooney-Rivlin材のような超弾性材の応力テンソルは、ひずみエネルギー関数より、

$$\tau^{ab} = 2\alpha^{ab}[C_1 + C_2(I_1 - \lambda^2)] + 2A^{ab}\{C_2A/\alpha - \lambda^2[C_1 + C_2(I_1 - \lambda^2)]\} \dots (2)$$

で与えられる。ここで、 $\lambda = h_0/h$ は厚さの伸び比、 I_1, I_2 はひずみ変量であり、 C_1 と C_2 は材料定数である。また、 $\alpha = \det |\alpha_{ab}|, A = \det |A_{ab}|, a,b=1,2$ である。

2. 2 非線形方程式の解法

ここでは、非線形方程式を解くためにViscous Relaxation法を用いている。この手法はWebsterにより提案されたもので、仮想的な減衰項を全体剛性方程式に付加し、数値積分法とNewton-Raphson法を組み合わせた準動的解法である。すなわち、得られる接線剛性マトリックスを解く問題を含むとき、これに仮想減衰マトリックスを付加すれば数値安定性が得られる。

2. 3 自由振動方程式

膜の初期つり合い形状に対する微小振幅振動を仮定し、線形化された問題として式の定式化を行い、振動数や振動モード形状を求める。式の誘導の詳細は省略するが、初期つり合い形状に対して、微小変位の仮定により非線形項を無視して線形化すると、膜の自由振動方程式は、次式で与えられる。

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K_T]\{u\} = \{0\} \dots (3) \quad \text{ここで、}[M] \text{は質量マトリックス、}[K_T] \text{は接線剛性マトリックスである。}\{u\} \text{と} \{\ddot{u}\} \text{は、それぞれ変位及び加速度ベクトルである。微小振幅振動と調和振動を仮定すると、変位ベクトルは、}$$

$\{u\} = \{U\}\sin\omega t$ で与えられるので、これを式(3)に代入すれば、次式のように表される。

$$([K_T] - \omega^2[M])\{U\} = \{0\} \dots (4) \quad \text{したがって、式(4)の固有値計算を行えば、膜の初期つり合い形状を中心にした微小振幅振動の振動数や振動モード形状が求められる。ただし、}\omega \text{は円振動数(rad/sec.)である。}$$

3. 数値計算例及び考察 ここでは、本手法を用いた膜の初期つり合い形状と自由振動解析について示す。

表-1には、自重を受ける周辺固定された正方形弾性膜の中央点でのたわみの収束性に与える要素タイプと分割
キーワード：超弾性，膜，振動

数の影響が示してある。これより一様な収束性が示され、また高次の要素を用いれば少ない要素分割数で収束値が得られる。図-2には、一様な圧力を受ける周辺固定された超弾性円膜の半径膨張比 R/R_0 に与える圧力の影響が示してある。計算条件として半径 $R_0=4.0(\text{in.})$ 、初期膜厚 $h_0=0.05(\text{in.})$ 、 $C_1=240(\text{psi.})$ と $C_2=3.0(\text{psi.})$ に仮定し、対称性を考慮して 1/4 領域のみを 8 節点アイソパラメトリック要素で 1/2 分割に離散化している。また比較のために他の有限要素法による解析解¹⁾と比較について示し、中央断面での初期つり合い形状も示してある。これより、よく一致した結果が示されている。また、圧力の増大とともに、大きく膨張し顕著な非線形性が示されている。次に、図-3に示すような中央部で傾斜する長方形超弾性膜に一様な圧力を作用させた場合の長手方向の中央断面での初期つり合い形状に与える折角 θ と圧力 P の影響がそれぞれ図-4に示してある。これより折角が 45° をこえると、全体的に膨張できず、中央部で折れが生じてくる。また図-5には先に示した初期つり合い形状に対する固有値解析より求められる振動数に与える折角と圧力の影響が示してある。これより、圧力の増大と共に振動数が増大していくが、ある値に達すると減少してくる。また、折角により、大きな変動が見られるがこれはモード形状が変化するためである。

表-1 自重を受ける周辺固定された正方形弾性膜の中央点でのたわみの収束性に与える要素分割数と要素モデルの影響: $q=2.898$, $E=3.0 \times 10^7$, $\nu=0.25$, $\rho=0.75$, $h_0=0.01$, $a=40$

要素分割数	4節点要素	8節点要素	12節点要素
4	1.0584	0.7896	0.7731
8	0.9736	0.8452	0.8402
12	0.9605	0.8468	0.8468
16	0.9054	0.8447	0.8419
24	0.8885	0.8486	0.8484
32	0.8830	0.8483	0.8490
36	0.8805	0.8486	0.8496
40	0.8734	0.8496	0.8496
48	0.8680	0.8493	0.8496
60	0.8656	0.8495	
72	0.8659	0.8496	
96	0.8692		
144	0.8556		
256	0.8631		

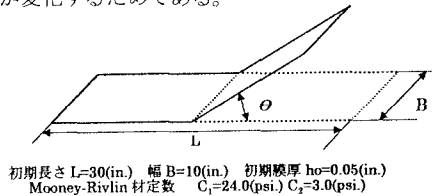


図-3 超弾性長方形膜モデル図

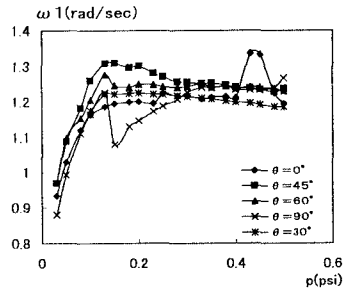


図-5 長方形折膜の固有振動数に与える折角と圧力の影響

図-2 本手法の解析精度と初期つり合い形状

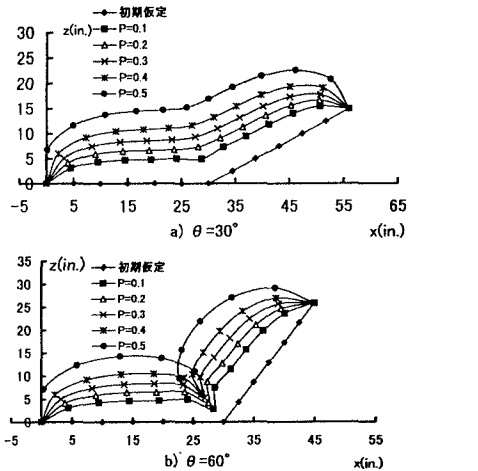


図-4 初期つり合い形状に与える折角 θ と圧力 P の影響

4. まとめ 得られた結果をまとめると以下のようになる。1) 高次のアイソパラメトリック膜要素を用いれば少ない要素分割数で収束値が得られる。2) Viscous Relaxation 法を用いれば、大きな形状変化を伴う超弾性膜の安定した初期つり合い形状が求められる。3) 超弾性膜の振動数は、圧力や他の幾何パラメータに依存している。

参考文献 1) J.W. Leonard: Tension Structures, McGraw-Hill, 1987 2) 水澤他: 膨張膜の非線形解析について、構造工学論文集 Vol.37A pp15-23, 1991.