

I - A224

トラス要素を用いたケーブルの非線形動的解析

日本大学理工学部 学生会員 清水 渉
 日本大学理工学部 正会員 野村卓史
 鹿島建設（株） 正会員 新明正人

1. はじめに

われわれはケーブルや膜のような極めてフレキシブルな構造と風との連成解析法の開発を進めている [1]。ケーブルは曲げ剛性をもたないトラス要素（2節点，線形補間）を用いて離散化し，その非線形動的解析には吉田らが提案する方法[2]を用いた。吉田らの研究を含め，多くの研究報告において，ケーブルには（数値は小さくしているものの）曲げ剛性を有する要素が用いられている。トラス要素の場合，定式化が簡単である反面，曲げ剛性やねじれ剛性がないことによる数値的な不安定性が懸念される。そこで流体との連成解析法を構成するのに先立ってケーブル単独の2次元運動を対象とする非線形動的解析を行い，この解析法の特性を検討した。その結果，解析が成立する計算条件のもとでは妥当な解が得られることが分かったので報告する。

2. 解析方法

吉田らが提案する非線形動的解析法[2]は，高次モードの不安定性を減衰させる効果のある α 法とNewmark- β 法を組み合わせたものである。この解析法では時刻 t から $t + \Delta t$ への基礎的な方程式は以下のよう

$$M \ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} + (1 + \alpha) \mathbf{K} \mathbf{u}_{t+\Delta t} - \alpha \mathbf{K} \mathbf{u}_t = \mathbf{f}_{t+\Delta t} \quad (1)$$

$$\mathbf{u}_{t+\Delta t} = \mathbf{u}_t + \Delta t \dot{\mathbf{u}}_t + \Delta t^2 \left\{ \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{\mathbf{u}}_t + \beta \ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} \right\} \quad (2)$$

$$\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} = \dot{\mathbf{u}}_t + \Delta t \left\{ (1 - \gamma) \ddot{\mathbf{u}}_t + \gamma \ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} \right\} \quad (3)$$

$\mathbf{u}$: 節点変位 $\dot{\mathbf{u}}$: 節点速度 $\ddot{\mathbf{u}}$: 節点加速度 $\mathbf{f}$: 外力 $\mathbf{M}$: 質量マトリックス

$\mathbf{K} = \mathbf{K}(\mathbf{u})$: 剛性マトリックス（幾何学的非線形） α : α 法において数値減衰を調整するパラメータ

$\beta = (1 - \alpha)^2 / 4$, $\gamma = (1 - 2\alpha) / 2$: Newmark- β 法のパラメータ $\mathbf{K}_T$: 接線剛性マトリックス $\mathbf{f}_{int}$: 内力

本研究では，構造減衰はないものとして解析を行った。吉田ら[2]によれば，幾何学的非線形に関する繰り返し計算を次式(4)で行うことにより，節点変位 $\Delta \mathbf{u} (\mathbf{u}_{t+\Delta t} - \mathbf{u}_t)$ の収束値を求めている。

$$\left\{ (1 + \alpha) \mathbf{K}_T + \frac{1}{\beta \Delta t^2} \mathbf{M} \right\} \Delta \mathbf{u}^j = \mathbf{f}_{t+\Delta t} - \mathbf{f}_{int} - \mathbf{M} \left\{ \frac{1}{\beta \Delta t^2} \Delta \mathbf{u}^{j-1} - \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{\mathbf{u}}_t - \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) \ddot{\mathbf{u}}_t \right\} \quad (4)$$

添字の j ($1 \leq j$) は，繰り返し計算の反復回数を表している。また，それぞれの増分計算において初期値 $\Delta \mathbf{u}^0$ はゼロとしている。収束条件は

$$\left| \frac{\Delta \mathbf{u}^j - \Delta \mathbf{u}^{j-1}}{\Delta \mathbf{u}^{j-1}} \right|_{\max} < 1.0 \times 10^{-6} \quad (5)$$

このようにして， Δt 後の変位 $\mathbf{u}_{t+\Delta t}$ が求まることにより式(2)，(3)から時刻 $t + \Delta t$ の節点加速度 $\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}$ ，速度 $\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}$ が求まる。

3. 数値解析例：両端固定のケーブルに自重の2倍の力を上向きに作用させたときの運動

構成した解析法の検証をいくつかの数値解析例によって行った。ここではスペースの関係でその一例を示す。対象とするケーブルは両端が固定され，初期状態では図1に示すように自重でたるんでいる。ケーブルの諸元を表1に示す。幅1 cm，厚さ0.2 mmの薄いビニールのヒモを想定した数値である。要素数は30である。図1の状態のケーブルの各節点に同じ大きさの上向きの力を作用させる。この力は時間の経過とともに図2に示す曲線に従って増加させる。時刻10秒でちょうど自重を打ち消す大きさになり，時刻20秒で自重の2倍の大きさになる。計算に用いたパラメータの値も表1に示す。また図3は中央の節点(⑩)の変位の時間変化である。図4にケーブルの形状の時間変化を示す。

表1 ケーブルの諸元と計算に用いたパラメータ

断面積	0.0201 cm ²	密度	0.6963 g/cm ³
ヤング率	20 × 10 ⁹ g/cm s ²		
α	-0.3	γ	0.8
β	0.4225	Δt	5.0 × 10 ⁻⁴ s

キーワード：ケーブル，非線形動的解析，トラス要素， α 法

連絡先：〒 101-8308 東京都千代田区神田駿河台1-8 日本大学理工学部土木工学科 TEL/FAX 03-3259-0411

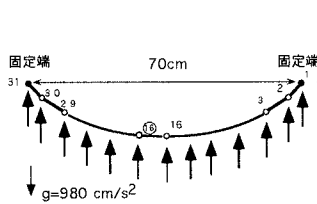


図1 ケーブルの初期形状と節点番号

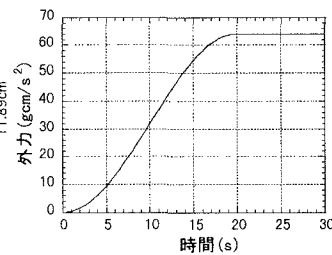


図2 上向きの外力の時間変化

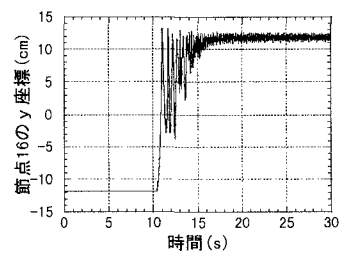


図3 中央節点の変位の時間変化

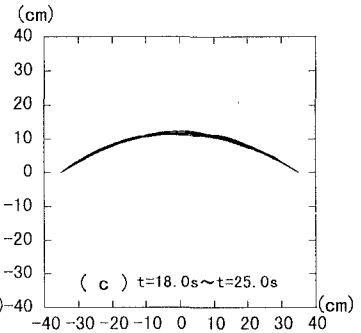
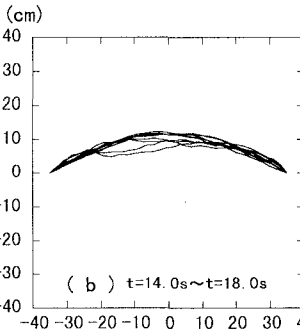
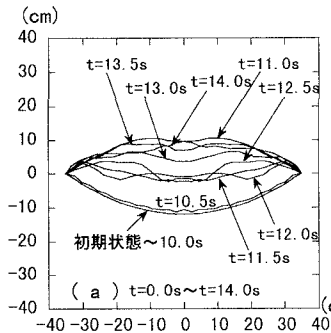


図4 ケーブルの形状の時間変化

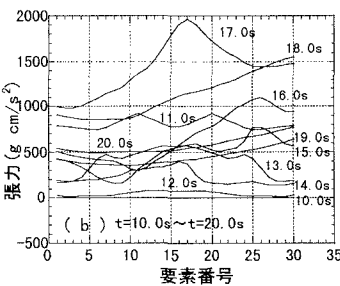
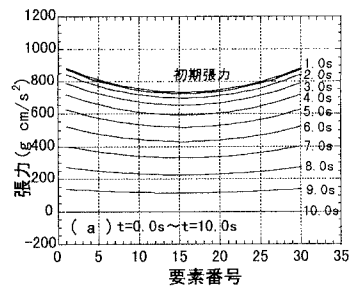


図5 張力分布の時間変化

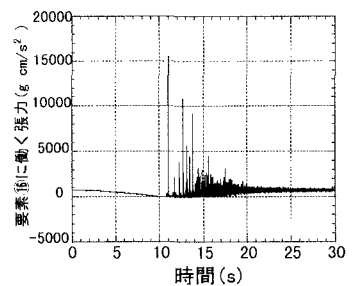


図6 中央の要素(16)の時間変化

初めの10秒間は、上向きの等分布力によって生じる軸圧縮力よりも、自重による初期張力が大きいので、逆向きのアーチ作用によって初期形状が保たれている。時刻10秒において初期張力が打ち消された瞬間に座屈が生じ、ケーブルは激しく振動したのち、図4(b)(c)に示したように最終的には初期形状を反転させた形状になった。ただし構造減衰を入れていないので図3に示したように細かい振動は続いている。

図5は張力分布の時間変化を示したものである。ケーブルが初期形状を保持している最初の10秒間は、張力が初期張力から一様に減少していく[図5(a)]。ケーブルが運動を開始すると[図5(b)]、張力分布も激しく変動する。しかし、圧縮力が生じたり、要素ごとに軸力が振動したりするようなことはなかった。図6はケーブル中央の要素(16)の軸力の時間変化である。変位の時間変化[図3]と対応させると、ケーブル変位が最高点に到達した瞬間にケーブルが伸びきって非常に大きな張力が生じる結果になっている。

4. おわりに

スペースの制約上省略したが、他の支持条件、荷重条件の解析も行っている。時間増分値 Δt やハラメータ α の値の違いが計算に及ぼす影響を調べた結果、計算が成立する時間増分の範囲では運動中のケーブルの変形形状には、ほとんど差が見られなかった。またその時、パラメータ α もケーブルの変形形状にはほとんど影響しなかったが、 α の絶対値を大きくすると幾何学的非線形に関する繰り返し計算回数が増えるので計算時間は余計にかかってしまう。いずれの計算結果においても、物理的に妥当なケーブルの挙動を捉えることができた。

＜参考文献＞[1]新明正人、野村卓史：流体的作用による膜の動的連成解析、第53回土木学会年次講演会、1998。

[2]吉田裕、魚地征一郎：非線形動解析における直接時間積分の安定性向上に関する検討、構造工学における数値解析シンポジウム論文集、第17巻、pp. 525～530、1993。