

I - A221

薄肉断面部材の Timoshenko はり形有限変位理論

東京理科大学 学生員 柳沢 有一郎

東京理科大学 正会員 白木 恒雄

1、研究の概要

薄肉部材の有限変位理論において、初等せん断応力によるせん断ひずみは考慮されても、軸方向垂直応力とつりあう二次せん断応力による二次せん断ひずみは通常、無視されている。しかし部材長さに比べて桁高の大きな梁においてこの影響は大きく現実には無視しがたい。道路橋示方書は部材固定点間距離 ℓ とフランジ幅 b との比 ℓ/b およびウェブとフランジの断面積比 A_w/A_c の2種類のパラメータにより座屈可能性の有無および発生後の危険度を分類している。桁高 b_w と部材長 l の比 b_w/l を直接用いていないため、せん断変形を意識した規定にはなっていない。しかし横倒れ座屈を防止する目的で固定点間距離を短くしてゆくことはせん断変形の影響を大きくすることにつながり、その危険の程度を定量的に把握することは工学的に意味がある。離散化せずに、この種のせん断変形を考慮した薄肉はり部材の有限変位を理論的に扱った研究は今までなかった。以上の点を鑑み、本報告では従来の薄肉はり有限変位理論を出発点とし、これを Timoshenko はり形に拡張する。この理論は単位反り関数をすべて直交化しているため、従来の古典的な微小変位の Timoshenko はり形理論の流れを踏襲した展開が可能となる。

本報告では、軸方向伸縮変位、2軸方向の曲げたわみ、そしてねじりによるせん断中心まわりの剛体回転を考慮した。座屈時の部材断面の歪み変形は考慮していないため、全体座屈を適用対象としている。この種の理論は変位置、断面力、外荷重など変数の種類が多く、式が長大かつ複雑になり、理論の本質を見失いがちになる。そこで、ベクトルによる簡潔な表示を用いて、理論の自然な流れを把握し、その方向性を予見することが可能になっている。Timoshenko の振動論のはりは、1方向の曲げたわみ変形のための、ベクトル表記を分解して Timoshenko はりとの正しい対応を確認しつつ理論展開を行った。得られた結果は b_w/l 値の小さなものから大きなものまで扱える汎用性の高いものとなっている。

4、解析手法

Timoshenko はり形に扱うため、軸方向変位は、初等せん断ひずみのみによる軸方向変位を二次せん断ひずみにより補正した値となっている。二次せん断ひずみを考慮した軸方向変位関数の式は、まず、二次せん断ひずみの影響を無視した軸方向変位関数を誘導し、その結果から二次せん断ひずみの影響を考慮した式を求めた。支配程式の誘導の際には、変位、ひずみ、および二次せん断ひずみの等価性式を仮想変位の原理に代入し、面内関数の直交性を用いて、断面力関係式(1)(2)を得た(図1)。また、分岐現象を解くため、分岐直前と直後のつりあいを仮想仕事式で表すことにより、増分形のつりあい式を求めた。ただし、座屈現象を想定して、各荷重

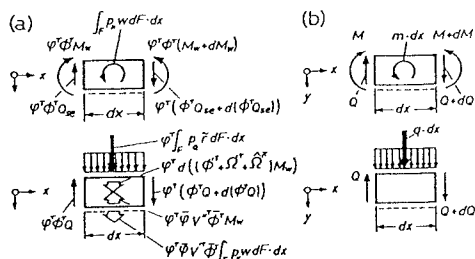


図1 つりあい (a) 本理論 (b) Timoshenko はり

せん断ひずみの影響を無視した軸方向変位関数を誘導し、その結果から二次せん断ひずみの影響を考慮した式を求めた。支配程式の誘導の際には、変位、ひずみ、および二次せん断ひずみの等価性式を仮想変位の原理に代入し、面内関数の直交性を用いて、断面力関係式(1)(2)を得た(図1)。また、分岐現象を解くため、分岐直前と直後のつりあいを仮想仕事式で表すことにより、増分形のつりあい式を求めた。ただし、座屈現象を想定して、各荷重

$$\varphi^T \phi^T \left(Q_{se} - M'_w - \int_F p_x w dF \right) = 0 \quad (1)$$

$$\varphi^T \left\{ (\phi^T Q)' + \left((\phi^T + \Omega^T + \hat{\Omega}^T) M_w \right)' - \bar{\varphi} V'^T \bar{\phi}^T M_w + \int_F p_Q \bar{r} dF + \bar{\varphi} V'^T \bar{\phi}^T \int_F p_x w dF \right\} = 0 \quad (2)$$

薄肉はり、Timoshenko はり形理論、有限変位理論、横倒れ座屈

〒278-0022 千葉県野田市山崎 2641 電話 0471-24-1501 (内線)4070

成分の大きさは分岐前後で変わらないとした。

3、横倒れ座屈解析例

解析例として、二軸対象の I 形断面形をもつ両端単純支持はり(図2)が、両端に等曲げを受けた場合の横倒れ座屈曲げモーメントを計算した。境界条件を考慮した増分形のつりあい式と断面力増分の式より変位表示の支配方程式を求めた。この式を解くことにより横倒れ座屈曲げモーメントの式が求まる。また、

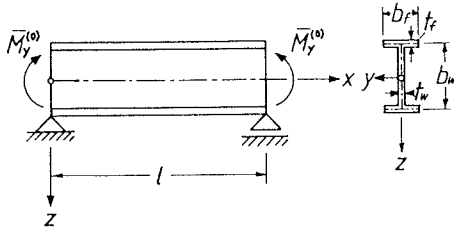


図2 構造系

せん断変形の影響を考慮し、さらに、本研究の主題である二次せん断ひずみの影響を係数 c_s によって把握したものとなっている。次に、フランジ幅を b_f 、フランジおよびウェブの板厚をそれぞれ t_f 、 t_w とし部材長 l と部材高さ b_w の比 b_w/l と座屈係数 γ_1 の関係を調べた。 $b_w/b_f=4$ 、 $b_w/t_f=10$ とし b_w/t_w を 60, 40, 30, 20 の4種類について座屈係数の計算を行った(図3)。座屈前の変形の座屈モーメントに与える影響は文献1)の γ_{1T} と文献2)の γ_{1N} を比較すればよい。横倒れ座屈しやすい狭いフランジ幅 b_f の場合、その差は1%もなく無視しても設計に影響しないことがわかる。せん断変形の座屈モーメントに与える影響は γ_{1T} と γ_1 を比較すればよい。 γ_{1T} と γ_1 を比較すると、 b_w/l が 0.4 前後より差が見られ始め、 b_w/l が 1.0 のときには、その差が約 16% になった。よって、従来の式では、部材長に比べて桁高の大きい桁の場合には、横倒れ座屈曲げモーメントの値が大きく求まる。

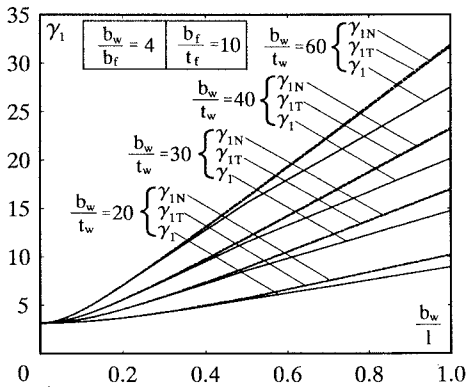


図3 本研究: γ_1 , 西野・他: γ_{1N} , Timoshenko: γ_{1T}

4、結論

[1] $b_w/l \geq 0.5$ でせん断変形の影響が大きい。

[2] せん断変形を無視すると、座屈モーメントを大きく評価し危険である。

また、示方書に載っている桁は $b_w/l=0.2$ 程度であり、その付近では今回求めた座屈係数と Timoshenko の安定論で述べられている座屈係数の式との差はほとんどみられない。よって、

[3] 現行の示方書の固定点間距離では、問題はない。

[4] しかし、他の断面形では本理論による照査が必要ある。

1) Timoshenko, S.P. and Gere, J.M.: Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill, 1961

2) 西野文雄・他: 軸力と曲げおよびねじりを受ける薄肉断面部材, 土木学会論文報告集, No225, pp. 1-15, 1974.