

I-A218

EFG法を用いた梁の幾何学的非線形解析

東京電機大学 学生員 金井塚淳一*

東京電機大学 正会員 井浦雅司*

1. はじめに

構造解析においてこれまで有限要素法が多く用いられているが、最近Belytschkoら[1]はエレメントフリーガラーキン法(Element Free Galerkin Method, EFGM)と呼ばれる手法を提案した。その特徴は、FEMと異なり要素分割を必要とせず、さらに変位関数の係数が節点における物理量でないことである。線形解析においてはEFGMの精度についてこれまで文献[2]において考察を行ってきたが、ここでは幾何学的非線形解析を伴うTimoshenko梁の動的問題を取り上げ、その有用性を考察する。

2. 変位関数

EFGMでは、移動最小二乗法により、物理量でない節点値を用いて変位関数を作成している。そのため、境界条件の処理が問題となるが、今回は梁の両端のみを物理量に直した形状関数を考える。Belytschkoらが提案している変位関数 $u^h(x)$ は、移動最小二乗を用いて、

$$u^h(x) = N(x)u, \quad u = [u_1, u_2, \dots, u_N] \quad (1)$$

と表される。ここに $N(x)$ は形状関数、 u は節点値ベクトル、 N は節点数である。

本研究で用いる変位関数の係数は、部材両端の節点値を物理量である節点変位に変換したものであり、以下のように表される。

$$u^h(x) = N^*(x)u^*, \quad u^* = [U_1, u_2, \dots, U_N] \quad (2)$$

ここに、 $N^*(x)$ は新たな形状関数、 u^* は部材両端の物理量である節点変位 U_1, U_N と、物理量でない梁の各節点における節点値 u_i ($i = 2 \sim N-1$)により表されるベクトルである。また、式(2)の変位関数は文献[2]と基本的に同様の手法により求まる。

3. 定式化

EFGMによる定式化は有限要素法(FEM)のそれとほぼ同じである。すなわち、エネルギー法に基礎をおき、仮定した変位関数により、ハミルトンの原理を用いて運動方程式を導出する。その際、それを一階の微分方程式に直し、

ルンゲクッタ法を用いて数値積分を行う。ここでは、歪みエネルギーのみを定義することとし、その他の詳細は文献[4]を参照されたい。

Timoshenko梁の歪エネルギーは文献[3]より、

$$\Pi_s = \int_0^L \left[\frac{EA}{2}(\epsilon)^2 + \frac{EI}{2}(\kappa)^2 + \frac{GA_s}{2}(\gamma)^2 \right] dx \quad (3)$$

と表される。ここに、 ϵ は軸歪、 κ は曲率、 γ はせん断歪、 EA は伸び剛性、 EI は曲げ剛性、 GA_s はせん断剛性、 L は変形前の軸線の長さである。ここで、梁の軸線に沿った x 方向変位成分を U 、それに垂直な y 方向変位成分を V 、変形前の断面の回転角を Φ_0 、変形後のそれを Φ とすると、厳密な歪と変位の関係式は以下ようになる。

$$\begin{aligned} \epsilon &= (U' + \cos \Phi_0) \cos \Phi + (V' + \sin \Phi_0) \sin \Phi - 1 \\ \kappa &= \Phi' \end{aligned} \quad (4)$$

$$\gamma = (V' + \sin \Phi_0) \cos \Phi - (U' + \cos \Phi_0) \sin \Phi$$

ここに、 $(\cdot)' = d(\cdot)/dx$ である。

4. Flying Spaghetti Problem

解析対象は、図1に示すFlying Spaghetti Problemである。梁の両端は自由端であり、その右端に集中荷重とモーメントを2.5秒間加える。Simoら及びIuraらにより、同じ問題が有限要素法により解析されているが[3]、その結果と今回取り上げたEFG法の結果を、以下の点に注目して比較検討した。

1. 節点数
2. セルの数
3. 積分点の数
4. サポート半径(supr)

5. 解析結果

まず、節点数に着目すると、図2より節点数が11よりも21の方が既往の結果に近づく。また、図3、図4からわかるように、セルの数、積分点の数を変化させても梁の挙動は変化しない。最後に、サポート半径(supr)に着目すれば、節点数が11の場合、suprを2, 5, 7と変化させていくと、時刻7秒後の梁の挙動は既往の結果と大きく異なることが図5よりわかる。しかし、図6より、節点数の数を増加させれば、既往の結果との差異は少なくなり、suprの影響が少なくなることがわかる。

*埼玉県比企郡鳩山町 東京電機大学理工学部 Tel 0492-96-2911
key words: EFG法, 幾何学的非線形, 離散化手法

参考文献

- [1] T. Belytscko, Y. Y. Lu, L. Gu, 'Element free Galerkin methods', International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.37, 229-256(1994).
- [2] 井浦, 庭山, 'Element Free Galerkin Methodにおける基本境界条件の処理' 構造工学論文集 Vol.43A(1997年3月).
- [3] M. Iura and S. N. Atluri, Dynamic analysis of planar flexible beams with finite rotations by using inertial and rotating frames. Computers and Structures, Vol.55, No.3, 453-462, (1995).
- [4] 井浦, 金井塚, 'EFG法による梁の幾何学的非線形解析' 第25回関東支部技術研究発表会講演概要集(1998年3月)

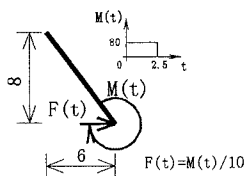


図1. Flying Spaghetti Problem

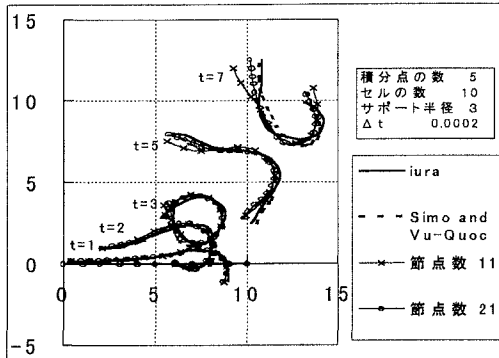


図2. 節点数の違いによる梁の挙動

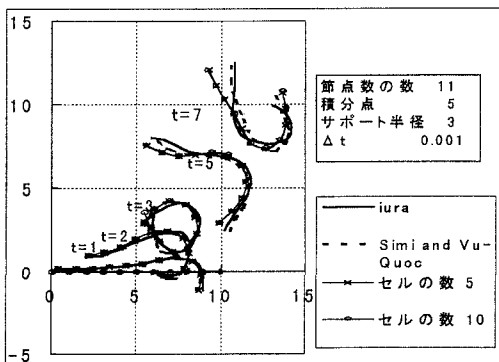


図3. セルの数の違いによる梁の挙動

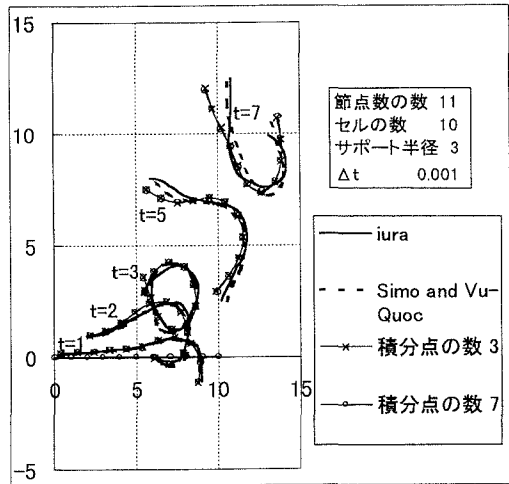


図4. 積分点の数の違いによる梁の挙動

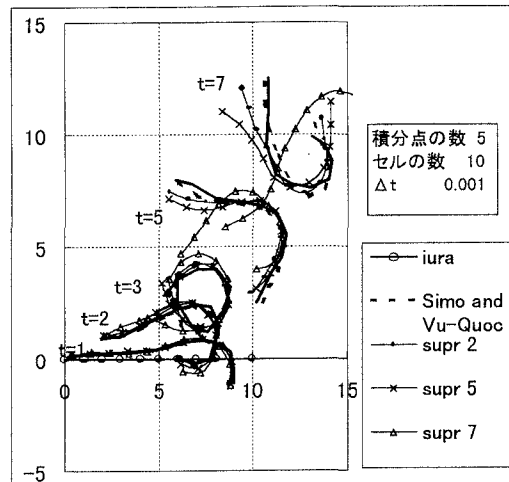


図5. サポート半径(supr)の違いによる梁の挙動(節点数 11)

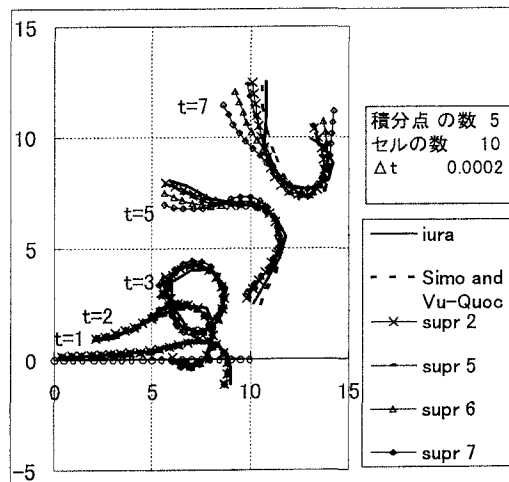


図6. サポート半径(supr)の違いによる梁の挙動(節点数 21)