

I - A139

非偏平な薄肉円筒シェルの座屈後挙動特性

川崎重工業(株) 正 員 河野 公一
 東北大学大学院 正 員 中沢 正利
 東北大学大学院 正 員 岩熊 哲夫

1. まえがき

薄肉円筒シェルの座屈解析におけるひずみ-変位関係式には, Donnell 型¹⁾と Flügge 型²⁾がよく用いられる。前者は取り扱いが簡単であるが, シェルが偏平である仮定を用いているため, 初期座屈において非偏平なシェルに対しては精度が悪くなることが八巻ら³⁾によって報告されている。一方, 後者は比較的厳密で広い範囲にわたる形状に対して適用できるが, 計算が複雑になるため, 座屈後挙動の研究については偏平なシェルに対して前者を用いているものがほとんどである。そこで本研究では, ひずみ-変位関係式に Flügge 型を用いてより厳密な座屈後挙動を解析し, 非偏平なシェルに対する釣り合い経路について考察した結果を報告する。

2. 解析方法

図-1に示すように, 長さ L , 半径 R , 厚さ t の上下端単純支持の完全薄肉円筒シェルが一様軸圧縮力 Σ を受ける場合を考える。ここに, (u, v, w) はそれぞれ円筒座標軸 (x, y, z) 方向の変位である。ひずみ-変位関係について, Flügge の式はあらゆる形状のシェルに対応するように全方向の変位 (u, v, w) の2次項を網羅した次の形で表される。

$$\begin{aligned}\kappa_x &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \kappa_y = -\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial y}\right), \quad \kappa_{xy} = -\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{1}{2R} \frac{\partial v}{\partial x}\right) \\ \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \right\} \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{w}{R} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{w}{R}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{v}{R}\right)^2 \right\} \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{w}{R}\right) + \frac{\partial w}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{v}{R}\right) \right\}\end{aligned}$$

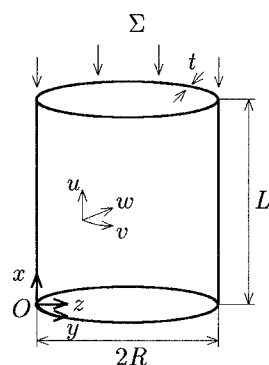


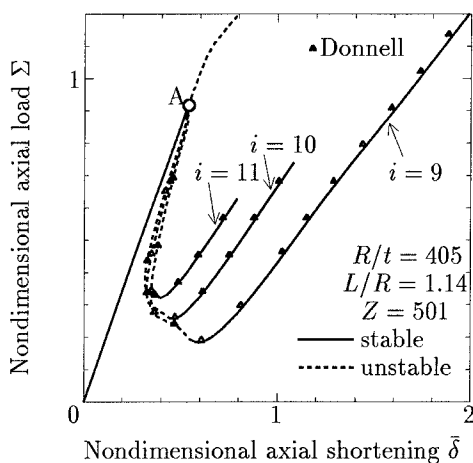
図-1 薄肉円筒シェル

これに対して Donnell の式は, 偏平シェル近似に基づき面外変位 w が面内変位 (u, v) に比べ十分大きいことを前提としているため, 上の式の下線部の項を無視している。本解析では非偏平なシェルを対象とするため, Flügge の式を用いて非線形シェル理論とエネルギー法に基づく手法により釣り合い経路を追跡する。

3. 解析結果

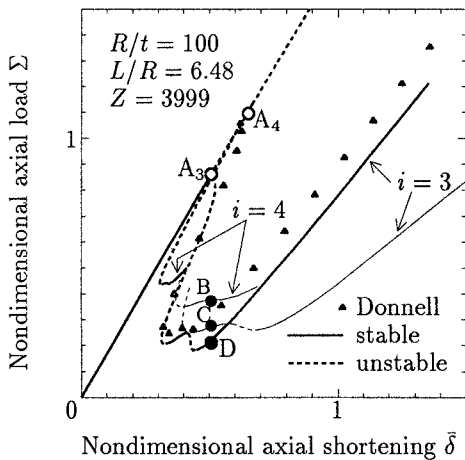
(1) 偏平な薄肉円筒シェル

形状係数 $Z = 501$ の偏平なシェルの Flügge 型による釣り合い経路を図-2に示す。ここに, 横軸は端部の無次元化軸方向変位量 $\bar{\delta} = -(R/Lt)[u_{i,j}]_{x=0}^{x=L}$ を表し, (i, j) はそれぞれ周方向の波数, 軸方向の半波数を示す。図よりシェルが偏平な場合には, Flügge 型による解析結果は, 初期座屈荷重点 A や座屈後の各分岐経路 $(i, j) = (11, 1), (10, 1), (9, 1)$ について Donnell 型による解析結果とほとんど一致することが確認できる。

図-2 釣り合い経路: $\Sigma - \bar{\delta}$ 関係 (偏平)

Key Words: 薄肉円筒シェル, 座屈後挙動, Flügge type, 座屈後変形モード

〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉06 東北大学大学院工学研究科土木工学専攻構造強度学研究室 TEL 022-217-7443


図-3 釣り合い経路： $\Sigma - \delta$ 関係（非偏平）

(2) 非偏平な薄肉円筒シェル

形状係数 $Z = 3999$ の非偏平なシェルの Flügge 型による釣り合い経路を図-3 に示す。ここに、太線は軸方向半波数が $j = 1$ の変形モードの経路で、細線は $j = 3$ の変形モードの経路である。また、Donnell 型による釣り合い経路は $(i, j) = (3, 1)$ の変形モードの経路のみを三角でプロットしてある。これより Donnell 型と Flügge 型とで経路にずれが生じており、非偏平における Donnell 型での解析は、初期座屈荷重のみならず座屈後挙動においても不適当であることがわかる。また、偏平では図-2 の点 A のように多重分岐点のように見られたが、図-3 より $i = 3$ の座屈点 A_3 、 $i = 4$ の座屈点 A_4 と初期座屈点はそれぞれ周方向波数別に存在することが明瞭にわかる。

軸方向変位 δ が増加して初期座屈点 A_3 （図-4-a）に達すると、シェルは座屈して安定性を失い、点 A_3 から同じ変位レベルにある安定な釣り合い経路 $(i, j) = (4, 3)$ 上の点 B、 $(i, j) = (3, 3)$ 上の点 C（図-4-b）、あるいは $(i, j) = (3, 1)$ 上の点 D（図-4-c）に飛び移る可能性がある。図には示していないが、この時の全ポテンシャルエネルギー量は点 D において一番低く、エネルギーが小さいところに飛び移るとすれば、点 D に飛び移る可能性が最も高いと考えられる。またこの時の各ひずみエネルギーと軸方向変位との関係を図-5、6 にそれぞれ示す。図より初期座屈点 A_3 に達するまでは曲げひずみエネルギーはほとんどゼロであり、膜ひずみエネルギー、すなわち面内剛性のみにより荷重に抵抗している。しかし座屈後は膜ひずみエネルギーが急激に低下し、逆に曲げひずみエネルギーがある程度増加して、面内剛性+曲げ剛性により荷重に抵抗している。そして座屈後さらに δ が増加する時の各ひずみエネルギーの増加率は変形モードによって異なる。このことから、非偏平の場合は特に軸方向半波数 j の違いにより座屈後挙動が大きく変化してくる可能性がある。

参考文献

- Donnell, L.H. and Wan C.C.: Effect of imperfections on buckling of thin cylinders and columns, *J. of Applied Mech.*, ASME, Vol.17, pp.73-83, 1950.
- Flügge, W.: Die Stabilität der Kreiszyllinderschale, *Ingenieur Arch.*, Vol.3, pp.463-506, 1932.
- Yamaki, N.: ELASTIC STABILITY OF CIRCULAR CYLINDRICAL SHELLS, Elsevier, Amsterdam, 1984.

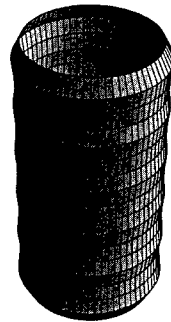
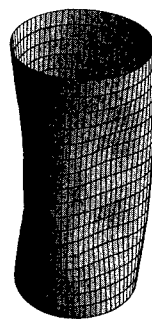

図-4-a A_3 点


図-4-b C 点

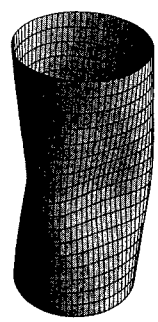


図-4-c D 点

図-4 変形モード（非偏平）

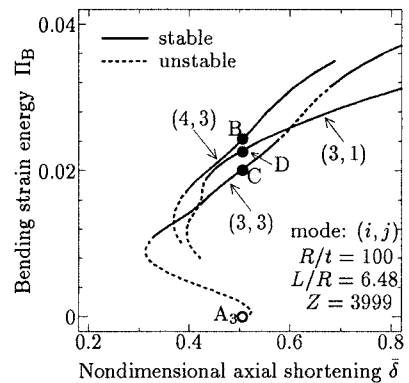


図-5 曲げひずみエネルギー曲線（非偏平）

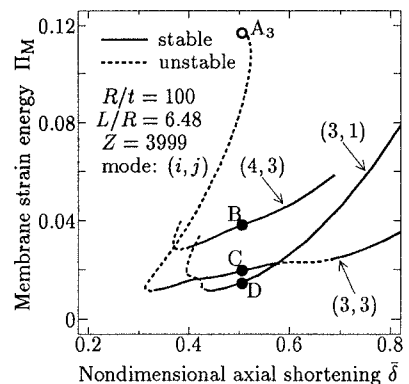


図-6 膜ひずみエネルギー曲線（非偏平）