

I-A121 構造物の耐荷力解析における残留応力と初期たわみの導入方法について

豊田工業高等専門学校 正 員 川西 直樹
名古屋工業大学 正 員 後藤 芳顯

1. 概 要： 従来、有限要素モデルに残留応力と初期たわみを導入する場合、これらをそれぞれ独立なものであるとして、残留応力は初期応力によって、初期たわみは節点座標にあらかじめ与えておくことによって処理されてきた（「従来型導入法」と称す）。しかしながら、初期応力を導入し終えた段階において、この構造系は必然的に不釣り合い状態となるため、増分応力、増分変位が発生する。結果として、意図した残留応力や初期たわみの状態が再現できなくなり、以降に行われる耐荷力解析にも不正確な結果をもたらすと考えられる。一方、このような観点から初期不整の導入法を論じた研究は皆無であり、著者らが知る限りにおいては、小松らが示した仮想外力による方法¹⁾くらいである。しかしながら、この方法には幾何学的非線形性の取扱いに不備な点が見受けられる。上記のような現状を踏まえて、本研究では汎用構造解析プログラムを利用することを前提とした初期不整の正確な導入方法（「逆解析的導入法」と称す）を提示し、数値計算例から初期不整の導入法の違いが解析結果にどのような影響が及ぼすかを調査した。

2. 逆解析的導入法： 初期状態を Q_0 とし、初期応力を導入した後の釣り合い状態を Q_1 とする。これらの状態における応力と変位を表-1に示す。ここで、初期応力導入の瞬間は不釣り合い状態であり増分応力、増分変位が発生することに注意しなければならない。 Q_0 における変位は、内部応力が零の状態における規定形状からのずれ変位（形状の初期変位と称す）である。設定目標とする残留応力 $\sigma_y^{(r)}$ 、初期たわみ $u_y^{(i)}$ のそれぞれが、 Q_1 の応力と変位に対応するので、次の二式が同時に成立しなければならない。

$$\sigma_y^{(r)} = \sigma_y^{(0)} + \Delta\sigma_y^{(1)}, \quad u_y^{(i)} = u_y^{(0)} + \Delta u_y^{(1)} \quad (1.a,b)$$

本研究では逆解析的なアプローチにより、式(1)を満足する初期応力 $\sigma_y^{(0)}$ と形状の初期変位 $u_y^{(0)}$ を決定する方法を提示する。

表-1 Q_0 , Q_1 における応力と変位

STEP	Q_0	Q_1
応 力	0	$\sigma_y^{(0)} + \Delta\sigma_y^{(1)}$
変 位	$u_y^{(0)}$	$u_y^{(0)} + \Delta u_y^{(1)}$
備 考	$\sigma_y^{(0)}$:初期応力、 $\Delta\sigma_y^{(1)}$:増分応力 $u_y^{(0)}$:形状の初期変位、 $\Delta u_y^{(1)}$:増分変位	

(a) 第1ステップ： このステップは第2ステップの初期値を定めるものであり、線形重ね合わせの法則が成り立つことを前提とした手法である。なお、非線形性の影響に対する修正は第2ステップにより実施する。第1ステップではまず有限要素法による数値解析で離散的なグリーン関数を求める。具体的には、形状の初期変位を有した解析対象に任意の初期応力を1つずつ順次載荷して行き、このとき発生する応力と変位を計算しておく。ちなみに、任意の初期応力を載荷した解析が終了した時点の応力と変位は次のように表される。

$$\{\bar{\sigma}\}_m = \{\bar{\sigma}^{(0)}\}_m + \{\Delta\sigma\}_m, \quad \{u\}_m = \{u^{(0)}\}_m + \{\Delta u\}_m \quad (2.a,b)$$

ここで、準備した初期応力の個数を n とすると、下添え字 m は $1 \sim n$ の値をとる。次に、式(2.a)の各応力を線形結合したものと残留応力の差が最小となるように、この結合係数を決定する。

$$\Pi = \left| a_1 \{\bar{\sigma}\}_1 + \dots + a_n \{\bar{\sigma}\}_n - \{\bar{\sigma}^{(r)}\} \right|^2 \rightarrow \min. \quad (3)$$

式(3)より決定される結合係数を用いて、次のように初期たわみの確認計算を行う。

$$\left| \{u^{(r)}\} - \{u^{(0)}\} - a_1 \{\Delta u\}_1 - \dots - a_n \{\Delta u\}_n \right| < \varepsilon \quad (4)$$

ここで、 ε は収束判定値である。式(4)が満たされない場合には、形状の初期変位を式(4)をもとに修正し、上記の一連の計算を繰り返す。この時、式(4)を満足すれば第1ステップは完了する。

(b) 第2ステップ： 第1ステップにより求めた形状の初期変位を有した構造系に、次のような初期応力を載荷した有限変位解析を行う。

$$\{\bar{\sigma}^{(0)}\} = a_1 \{\bar{\sigma}^{(0)}\}_1 + \dots + a_n \{\bar{\sigma}^{(0)}\}_n \quad (5)$$

これにより生じた応力、変位を計算しておき、残留応力と初期たわみとの差をそれぞれ確認する。

$$\left| \{\bar{\sigma}^{(r)}\} - \{\bar{\sigma}^{(0)}\} + \{\Delta\sigma\} \right|^2 < \varepsilon_s, \quad \left| \{u^{(r)}\} - \{u^{(0)}\} + \{\Delta u\} \right|^2 < \varepsilon_u \quad (\varepsilon_s, \varepsilon_u \text{は収束条件}) \quad (6)$$

キーワード： 残留応力、初期たわみ、有限要素法、逆解析

連絡先： 〒471-8525 豊田市栄生町2-1, TEL: 0565-35-4372, FAX: 0565-35-0287

上式が満足されない場合は、式(6)をもとに初期応力、形状の初期変位のそれぞれに修正を与え、再び解析を行う。そして、この収束条件式が満足されるまで一連の計算を繰り返し行う。

3. 数値計算例： 解析対象は、文献2)と同様な圧縮補剛板である。この補剛板の寸法と諸元を図-1に示す。また、導入目標となる初期たわみは次式により定義し、残留応力分布は図-2のとおりとした。

$$W_0 = A/1000 \min(3Y/B, 1) \cos(\pi X/A) + b/150 \cos(3\pi X/A) \sin(3\pi Y/B) \quad (7)$$

解析ケースは、初期応力導入時の軸方向の境界条件を固定したもの（F-TYPE）と自由にしたもの（M-TYPE）の2種類の境界条件を準備した。また、初期不整の導入方法の違いによる影響を考察するため、FおよびM-TYPEのそれぞれに対して、逆解析的導入法による場合と従来型導入法による場合の解析をそれぞれ実施した。なお、ここで利用した汎用構造解析プログラムはABAQUS Ver.5.6である。

初期応力を導入した後のつり合い状態(Q₁)に関して、支間中央部のフランジ断面の面外たわみの様子を図-3に示す。ここで、逆解析的導入法によるケース①は式(7)のたわみ波形と十分に一致しており、グラフ上にその差異は現れていない。しかしながら、従来型導入法による②、③のケースでは式(7)の導入目標に対してずれが認められる。②は①のケースと縦補剛材位置において初期たわみがほぼ一致しているが、この位置を変位の原点と考えた場合、縦補剛材間パネル中央部の相対的な初期たわみ量は大きくなる傾向にある。③のケースでは全領域にわたって上側に必要以上の変形が生じている。これらの影響は、初期応力を載荷した後の耐荷力解析の結果にも影響を与える。

図-4は変位制御で載荷を行った時の平均応力と平均ひずみの様子をまとめたものである。F-TYPEでは初期勾配に僅かな差が認められ、M-TYPEでは、導入法の違いにより耐荷力に有為と考えられる差が生じている。このような違いが生じる理由は、先に述べた初期たわみのずれの傾向から推察できる。すなわち、F-TYPEの従来型導入法によるものは補剛材間パネル中央部の相対初期たわみの量が大きくなったため初期剛性が小さくなったと考えられる。また、M-TYPEに関しては、従来型導入法の場合、耐荷力の評価上重要な影響を及ぼすと考えられる縦補剛材位置での初期面外たわみが過大に導入されたため、最大荷重が小さくなり、その評価が過小なものになってしまうと考えられる。

参考文献

- 1)小松ら，残留応力および初期たわみを有す圧縮板の弾塑性解析，土木学会論文報告集第244号，1975
- 2)奈良ら，連続補剛板の極限強度特性に関する研究，土木学会論文集第392号，1988

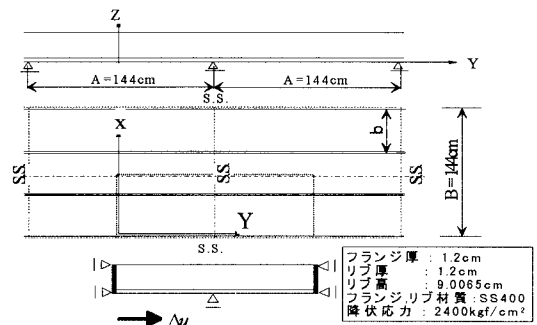


図-1 圧縮補剛板の解析モデル

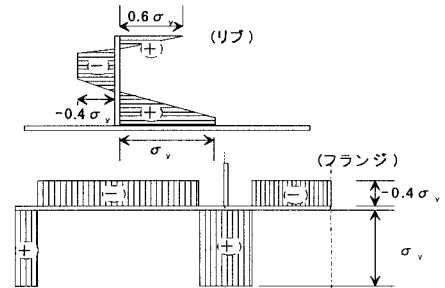


図-2 残留応力分布

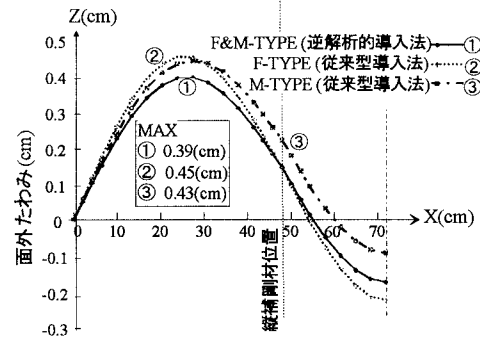


図-3 Q₁における支間中央の面外たわみ(Y=0)

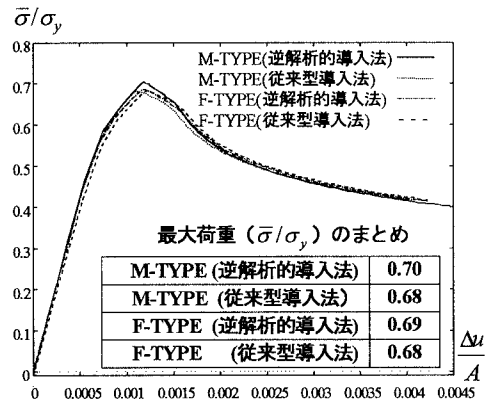


図-4 平均応力-平均ひずみ曲線と最大耐荷力のまとめ