

I - A24

曲線格子桁の塑性崩壊解析と相関曲線

北海道大学大学院工学研究科 正 員 平沢 秀之
 北海道大学大学院工学研究科 フェロー 林川 俊郎
 北海道大学大学院工学研究科 フェロー 佐藤 浩一
 札幌市役所 正 員 植木 広行

1. はじめに

薄肉I形断面を有する曲線格子桁橋は、比較的多く見られる橋梁形式であるが、その構成要素である主桁・横桁にはせん断力、曲げモーメント、ねじりモーメント、そりモーメントが同時に作用するため、応力の分布状態が複雑になり崩壊挙動を把握するのは難しい。このような曲線格子桁の崩壊荷重の計算には塑性ヒンジ法を用いることが多い^{1), 2)}。この解析方法は塑性ヒンジが材軸上の1点に集中して起こるという仮定に従っているため簡便で扱いやすい反面、塑性域が部材内に徐々に広がってゆくことが考慮されず、また塑性ヒンジ発生まで部材の剛性が変化しないという欠点も有する。そこで本研究では、塑性ヒンジ法の簡便さを持ち、且つ塑性域の広がりを考慮できる手法を提示し、曲線格子桁の塑性崩壊挙動を調べるものである。

2. 解析方法

2.1 応力分布と塑性域の広がり

薄肉I形断面を有する曲線部材に鉛直荷重が作用すると、図-1(a)に示すような断面力が生じる。また部材断面には、曲げモーメント M により生じる曲げ応力 σ_M (図-1(b))と、フランジ

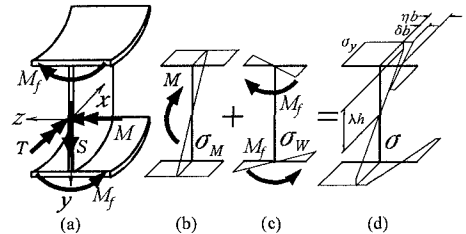


図-1 断面力と垂直応力

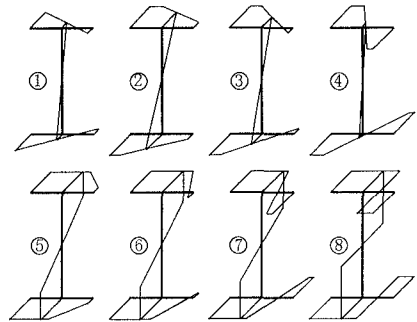


図-2 応力分布の分類

面内の曲げモーメント M_f により生じるそり応力 σ_w (図-1(c))を合成した垂直応力 σ (図-1(d))が分布する。垂直応力の分布を整理すると図-2の8通りに分類でき、 δ 、 η 、 λ (図-1(d))を用いて表すことができる。

2.2 相関曲線

本研究では相関曲線の内側に弾塑性状態の領域を設け、降伏関数のみで塑性化の現象を表す塑性ヒンジ法の欠点を除去しようと試みるものである。相関曲線に用いる変数として、本研究では断面力の内、ねじりモーメント T による影響は小さいものとして省略し³⁾、曲げモーメント M とそりモーメント W の2変数を使用するものとする。曲げモーメント M 、そりモーメント W を全塑性曲げモーメント M_0 、全塑性そりモーメント W_0 で除して m 、 w とおく。一例として図-2⑧の断面の応力を積分すると、 m 、 w について以下の関係式が得られる。

$$m = \frac{1}{M_0} \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_M y dA = \frac{8\eta + \alpha}{4 + \alpha}, \quad w = \frac{1}{W_0} \int_{-b/2}^{b/2} \sigma_w z dA_f = 1 - 4\eta^2 \quad (1a, b)$$

(A =断面積、 A_f =フランジの断面積、 α =ウェブとフランジの断面積比) 式(1a,b)から η を消去すると、 m 、 w の関係式が得られる。図-2②～⑦についても同様な方法で m 、 w の関係式が得ることができ、 $m-w$ 相関曲線を描くと図-3のようになる。

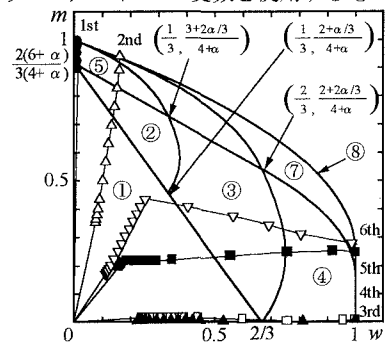


図-3 相関曲線

Keywords : 塑性域の広がり、曲線格子桁、相関曲線、そりモーメント

北海道大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻 札幌市北区北13条西8丁目 tel : 011-706-6172 fax : 011-726-2296

2.3 部材要素の剛性方程式

2軸対称 I 形断面を有する曲線部材について部材軸方向に塑性域が存在することにより剛性が変化していると仮定する。この部材を n 分割した内の1つの要素では剛性を一定とみなすと、要素に関する弾性方程式を得ることができる。この方程式を要素の両端における境界条件を用いて解くと次式が得られる。

$$\{C\} = [A]\{v_k\}, \quad \{v_{k+1}\} = [B]\{C\} \quad (2a, b)$$

ここで $\{C\}$ は微分方程式を解いた際の積分定数、 $\{v_k\}$ 、 $\{v_{k+1}\}$ は要素両端の変位、外力ベクトルを表す。以上から次式を得る。

$$\{v_{k+1}\} = [B][A]\{v_k\} = [D_k]\{v_k\} \quad (3)$$

式(3)は1つの要素 k に関する方程式であるが、他の要素についても成り立つので、 $k=1 \sim n$ の要素について適用すると、曲線部材の左端 i と右端 j に関する次式が得られる。

$$\{v_j\} = [D_n][D_{n-1}] \cdots [D_2][D_1]\{v_i\} = [D]\{v_i\} \quad (4)$$

$\{v_i\}$ 、 $\{v_j\}$ を節点力と節点変位に分離して並べ替えて $\{X\}$ 、 $\{u\}$ とし、 $[D]$ も対応して並べ替えて $[K]$ とすると次式が得られる。

$$\{X\} = [K]\{u\} \quad (5)$$

$$\{X\} = \{S_i \ M_i \ T_i \ W_i \ S_j \ M_j \ T_j \ W_j\}^T,$$

$$\{u\} = \{v_i \ v'_i \ \theta_i \ \theta'_i \ v_j \ v'_j \ \theta_j \ \theta'_j\}^T \quad (6a, b)$$

3. 数値計算例

数値計算に用いる曲線格子桁モデルは、主桁3本、横桁3本から成る骨組構造とし、その形状寸法は中心角 $\phi = 7.0^\circ$ 、曲率半径 $R = 18.5m$ とした。荷重は1点集中荷重とし、載荷位置は外桁中央点とした。このモデルに対して塑性ヒンジ法と塑性域の広がりを考慮した解析方法の2通りで解析を行った。図-4に荷重変位曲線を示す。変位は内桁、中桁、外桁のそれぞれの中央点における鉛直変位である。実線は本解析法による計算結果であり、●、▲、△印は塑性ヒンジ法による結果で、塑性ヒンジが発生した時点でプロットしたものである。本解析法と塑性ヒンジ法との結果を比較すると塑性域の広がりによる剛性低下の影響が現れ、同じ荷重に対して塑性ヒンジ法によって得られる変位よりも大きい値が得られている。図-5は崩壊時の塑性域の広がりを示しており、図中の番号は断面が全塑性になった順序を示している。まず載荷点(外桁中央)で、続いて中桁中央で全塑性となっている。3段階目で内桁と中桁を連結する横桁の2カ所で同時に全塑性となる。続いて横桁(4th)、中桁(5th)、最後に内桁中央(6th)で全塑性状態となり曲線格子桁は崩壊する。また、これらの全塑性になった断面の (w, m) の推移を図-3上にプロットした。外桁(●)及び中桁(▲)は曲げモーメントが支配的でそれ以外の部材(▲▽□■)ではそりモーメントが支配的であることが分かる。図-6は塑性ヒンジ法による計算結果で、塑性ヒンジ発生位置は塑性域の広がりを考慮した解析による全塑性断面の位置と一致する結果となった。

4. おわりに

本研究では、塑性域の広がりを考慮して薄肉I形断面を有する曲線格子桁の解析を行った。塑性ヒンジ法による解析結果と比較すると、全塑性断面と塑性ヒンジの位置は一致しているが、変位は、本解析法の結果の方が断面の塑性化に伴う剛性低下の影響を考慮しているため大きな値が得られた。また、塑性域の広がりは外桁、中桁の支間中央では曲げの影響が強く、横桁の主桁との連結部近傍ではそりの影響が強いことが示された。

参考文献

- 1) 米沢 博, 三上市蔵: 曲線格子桁の極限解析について, 土木学会論文集, No.132, pp.18-26, 1966.
- 2) 林川俊郎: 曲線格子桁の塑性崩壊荷重の計算法と実験, 構造工学論文集, Vol.39A, pp.1121-1134, 1993.
- 3) Daddazio, R.P., Bieniek, M.P. and DiMaggio, F.L.: Yield Surface for Thin Bars with Warping Restraint, Proc. of ASCE, EM, Vol.109, No.2, pp.450-465, 1983.

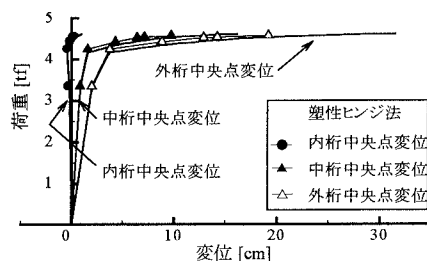


図-4 荷重変位曲線

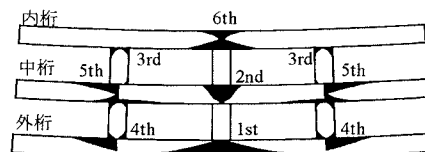


図-5 塑性域の広がり

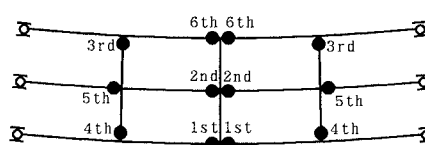


図-6 塑性ヒンジ発生位置