CS-28

海底地盤のパターンシミュレーション

東北大学工学部　正会員　池田 清宏
東北大学工学部　正会員　中沢 正利
仙台市　水木 麻雄

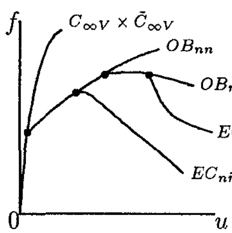
1.　はじめに

均質材料を用いた三軸圧縮試験やねじりせん断試験の供試体表面にはよく特徴的なせん断帯やパターンを観察することができる．また，海底地盤における細かい縞模様もこれらと類似してある種のパターンを持ち，自然界にはこういったものが数多く存在することが確認されている．このパターンの発生，変化に関して Ikeda[1)]らは群論的分岐理論に基づいた対称性の階層的崩壊による多段階分岐理論を提唱している．

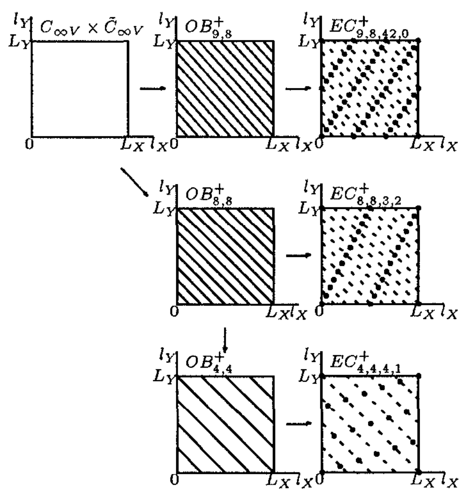
ここで，長方形領域の主経路上の分岐点においてダイアモンドパターン，ストライプパターンの２種類のパターンが同時に枝分かれし，またストライプパターンから雁行モードが分れるというような分岐構造を持っていることが解明されている．そこで本研究は，弾性床上に支持され上下左右で無限周期境界を有する長方形板に一軸方向に面内一様圧縮力が作用する場合の多段階の分岐の挙動を群論的分岐理論に基づいて明らかにし，数値解析により確認することを目的とする．

2.　長方形領域の代表的変形パターン

領域の境界の影響を除くために、長方形領域の両端は周期的な境界とし，滑らかにつながっていると仮定する．この場合の分岐構造に関しては Ikeda[1)]らが先の理論を基にして解き，群論的な記述を用いて以下のように示しており，あらかじめその解を予見することができる．均質な長方形領域の対称群である $C_{\infty v}\times\tilde{C}_{\infty v}$ 不変な主経路からの分岐 diagram の摸式図を図 1に，また変形パターン図を図 2に示す．



図–1　荷重変位関係模式図



図–2　$C_{\infty v}\times\widetilde{C}_{\infty v}$ 不変から Echelon Mode への変化例

3.　ポテンシャル関数と変位関数

解析モデルは図 3のような $q(x,y)=-kw$ の反力を持つ線形ばねにより支持される $a\times b\times t$ の長方形板とし，x 軸方向面内一軸に一様圧縮力の合力 N が作用する場合を考える．このモデルに対し，そのひずみの高次項まで考慮したポテンシャルエネルギーを求め，

$$w=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{\tilde{n}=0}^{\infty}A_{n\tilde{n}}\sin\left(2\pi n\frac{x}{a}\right)\sin\left(2\pi\tilde{n}\frac{y}{b}\right)$$
$$+B_{n\tilde{n}}\cos\left(2\pi n\frac{x}{a}\right)\cos\left(2\pi\tilde{n}\frac{y}{b}\right)\qquad(i,j=0,1,2,\cdots)$$

の２重フーリエ級数で表す変位関数を導入することで，離散化された３次代数方程式の釣合い式を求めた．ポテンシャル関数 Ω は以下のようになる．尚，荷重パラメータは無次元化した量である $\lambda=\frac{bN}{4\pi^2D}$ として表わした．これより求まる釣合い

bifurcation, symmetry gruop, periodic boundaries, Echelon Modes

〒980-77 仙台市青葉区荒巻字青葉 東北大学工学部 土木工学科　TEL 022-217-7419　FAX 022-217-7418

式を Newton-Raphson 法による収束計算で荷重変位関係を求めた.

$$\Omega = \frac{b}{4\pi^2}\int_0^a\int_0^b[(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2})^2$$

$$+2(1-\nu)\{(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y})^2-\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\}]\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

…面内曲げによる項

$$+\frac{3b}{4\pi t^2}\int_0^a\int_0^b\{(\frac{\partial w}{\partial x})^2+(\frac{\partial w}{\partial y})^2\}^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

…断面回転による膜力項

$$+\frac{kb}{4\pi^2 D}\int_0^a\int_0^b w^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

…線形ばねによる項

$$-\frac{\lambda}{b}\int_0^a\int_0^b(\frac{\partial w}{\partial x})^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

…外力ポテンシャル

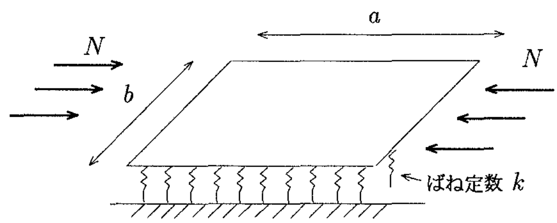


図-3 長方形板モデル

4. 解析結果

荷重と変位の関係は荷重パラメータ $\lambda = \frac{Nb}{4D\pi^2}$ と変位 w を板厚 t で除した無次元量 w/t で示した. 計算時間およびその容量に限界があるので, 解析するモードは限定され, 図4は低次モード, 図5はより高次なモードの解析例を示す.

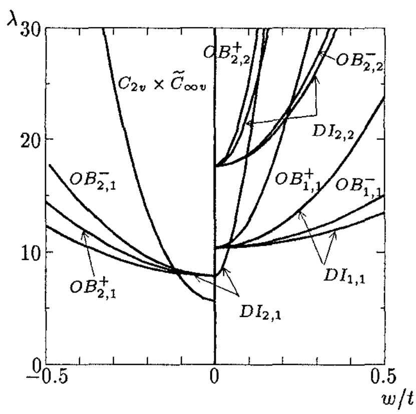


図-4 荷重変位曲線

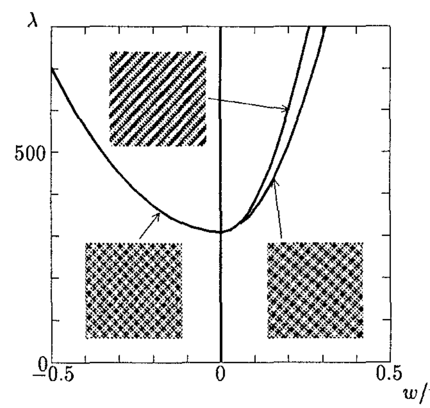


図-5 $C_{\infty V}\times\tilde{C}_{\infty V}$ から $DI_{9,8}$,$OB^+_{9,8}$,$EC^+_{9,8,111,0}$ への分岐

図5では主経路である自明解から同じ分岐点において Diamond Pattern と Oblique Stripe Pattern への分岐, また Oblique Stripe Pattern から Echelon Mode へという経路が確認された. これらは海底地形などで見られるようなパターンに酷似するせん断帯の細かい縞の連続となっている. これらの解析結果からわかったことは, 長方形板の分岐構造が群論的分岐理論により説明される対称性の階層的崩壊により支配され, また予測された分岐階層構造を持っていたことである.

5. 結論

本研究では数値計算によって, 面内一様一軸圧縮を受ける弾性床上に支持された長方形板の分岐構造を, その系の対称性の階層的な崩壊によるという群論的分岐理論による説明で予め予測された経路をたどることが確認できた. また, その系の荷重条件なども含めた対称性を議論することで, その分岐構造前をもって予測でき, これは数値計算上非常に有利であることが判明した.

参考文献

1) Kiyohiro Ikeda, Kazuo Murota, and Masaki Nakano (1994): "ECHELON MODES IN UNIFORM MATERIALS" *INTERNATIONAL JOURNAL OF SOLIDS AND STRUCTURES, Vol.31, No.19, pp.2709-2733*