土木学会第52回年次学術講演会（平成９年９月）

CS－25

動的接触問題のBEM解析

岡山大学環境工学部　正員　廣瀬壮一[†]

1. まえがき

動的外力の下で，二つの領域が互いに接触，離反する動的接触問題は，地震工学において重要である．例えば，落橋防止装置，免震装置など異なる構造要素の連結部では動的接触が発生するため，その設計においてその影響を考慮する必要があろう．ここでは，BEMを用いた動的接触問題の解析例を紹介する．

2. 動的接触問題

図 1に示すように，二つの領域Dと$\bar{D}$が滑らかな面Sにおいて接触する２次元問題を考える．外部から擾乱$\boldsymbol{u}^{in}$が入射する以前には，二つの領域間に$\boldsymbol{u}^{gap}$だけの隙間があるものとする．外部擾乱$\boldsymbol{u}^{in}$の振幅u_0が$\boldsymbol{u}^{gap}$と同程度か大きいとき，二つの領域Dと$\bar{D}$は面Sでの境界条件を満足しつつ，接触・離反する．変位ならびに表面力の法線方向，接線方向成分をそれぞれ(u_N, u_T), (t_N, t_T)と表わすと，接触条件には図 2に示すような３つの状態が考えられる．図 2において，γ_dとγ_{st}はそれぞれ動的ならびに静的摩擦係数を表わす．また，ドットは時間に関する微分を表わす．破線で囲まれた条件は境界条件(B.C.)で，括弧内の式は制約条件(C.C.)である．もし，ある状態において制約条件が満足されない時にはB.C.とC.C.の両者が満足される新たな接触状態へと移ることになる．動的接触問題では時間ステップが進むにつれて接触条件が変化する．したがって，各時間ステップですべてのB.C.とC.C.が満足されるまで繰り返し計算を行ない，時間ステップを更新する必要がある．

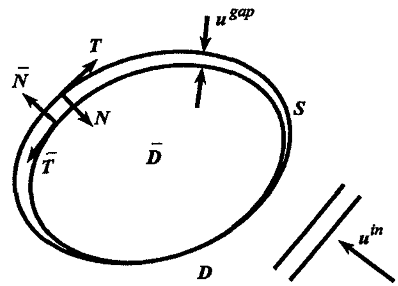

図 1　動的接触問題.

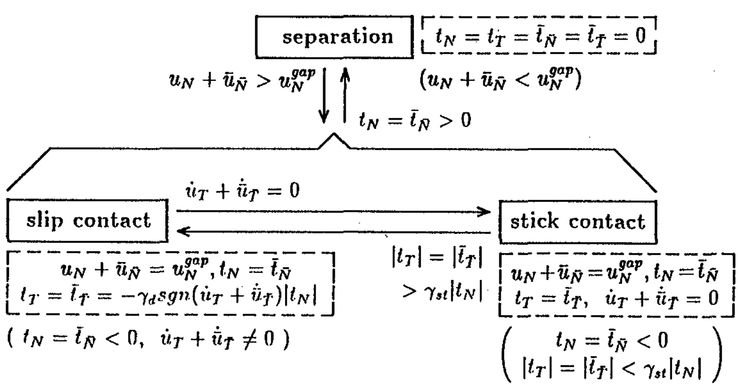

図 2　接触条件.

3. 境界積分方程式

動的接触問題は接触面において境界条件が時々刻々変化する非線形問題であるが，領域Dならびに$\bar{D}$は常に線形弾性体であると仮定する．このとき，次の時間域境界積分方程式を得る．

接触問題，時間域BEM，移動境界値問題，衝撃応答

[†] 〒700 岡山市津島中2-1-1　TEL 086-251-8168　FAX 086-253-2993

$$1/2u_i(\boldsymbol{x},t)=u_i^{in}(\boldsymbol{x},t)+\int_S U_{ij}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y};t)*t_j(\boldsymbol{y},t)ds_y-\mathrm{p.v.}\int_S T_{ij}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y};t)*u_j(\boldsymbol{y},t)ds_y,\quad \boldsymbol{x}\in S \quad\cdots\cdots (1)$$

$$1/2\bar{u}_i(\boldsymbol{x},t)=\int_S \bar{U}_{ij}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y};t)*\bar{t}_j(\boldsymbol{y},t)ds_y-\mathrm{p.v.}\int_S \bar{T}_{ij}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y};t)*\bar{u}_j(\boldsymbol{y},t)ds_y,\quad \boldsymbol{x}\in S \quad\cdots\cdots (2)$$

ここに，U_{ij}とT_{ij}は基本解とその２重層成分からなる積分核であり，$*$は時間に関する合成積を表わす．

境界の変位，表面力を空間的，時間的に適当な形状関数で表わし，離散化したとする．時刻$t=M\Delta t$なるMステップ目において離散化された方程式は次のように書ける．

$$\left[\frac{1}{2}\mathbf{1}+\boldsymbol{T}^0\right]\left\{\boldsymbol{u}^M\right\}-\left[\boldsymbol{U}^0\right]\left\{\boldsymbol{t}^M\right\}=\left\{\boldsymbol{u}^{in}\right\}+\sum_{m=1}^{M-1}\left(\left[\boldsymbol{U}^{M-m}\right]\{\boldsymbol{t}^m\}-\left[\boldsymbol{T}^{M-m}\right]\{\boldsymbol{u}^m\}\right)\quad\cdots\cdots (3)$$

$$\left[\frac{1}{2}\mathbf{1}+\bar{\boldsymbol{T}}^0\right]\left\{\bar{\boldsymbol{u}}^M\right\}-\left[\bar{\boldsymbol{U}}^0\right]\left\{\bar{\boldsymbol{t}}^M\right\}=\sum_{m=1}^{M-1}\left(\left[\bar{\boldsymbol{U}}^{M-m}\right]\{\bar{\boldsymbol{t}}^m\}-\left[\bar{\boldsymbol{T}}^{M-m}\right]\{\bar{\boldsymbol{u}}^m\}\right)\quad\cdots\cdots (4)$$

上式の右辺は，外的擾乱項$\boldsymbol{u}^{in}$と過去における応答の影響を表わす項ですべて既知である．左辺の$\{\boldsymbol{u}^M,\boldsymbol{t}^M,\bar{\boldsymbol{u}}^M,\bar{\boldsymbol{t}}^M\}$は求めるべき未知変数である．図 2のB.C.とC.C.が満足されるまで，接触状態の変化に応じて左辺の行列を組み変えて連立方程式を解く必要がある．

4. 解析例

図 3に示すような無限弾性体に空いた半径aの円形空洞に，半径bの介在物が接触する問題を考える．介在物は剛体，あるいは弾性体であるとする．外的擾乱は周期$T^{in}=2\pi a/c^{in}$，振幅u_0の正弦Ｐ波が無限遠方下方から入射するものとする．数値解析において時間ステップ幅Δtは$c_T\Delta t/a=0.1$とし，母材のポアソン比を0.25とした．

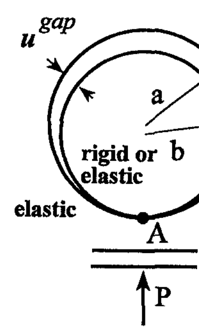

図 3 解析モデル．

図 4は介在物が剛体であるとして，半径比b/aを変化させたときの点Ａにおける表面力の法線方向成分t_Nの時間変化をプロットしたものである．b/aが小さくなるにつれて接触面積が減少するため，局所的にt_Nが大きくなり，接触時間も長くなる様子がわかる．なお，この解析においては$u_0/a=0.03$とした．

図 5は介在物が弾性体であるとして，介在物のヤング率$\bar{E}$と母材のヤング率Eの比$\kappa=\bar{E}/E$を変化させた時の点Ａにおけるt_Nの経時変化を図示したものである．ただし，介在物の中心部は$r=a/5$において固定支持されており，$b/a=1$で初期のギャップ$\boldsymbol{u}^{gap}$はゼロと仮定した．ヤング率比κが大きくなるにつれて，t_Nの応答パルス幅が小さくなり，最大ピーク値が増大することがわかる．つまり介在物と母材のヤング率比が大きいほど衝撃的な応答が卓越することがわかる．

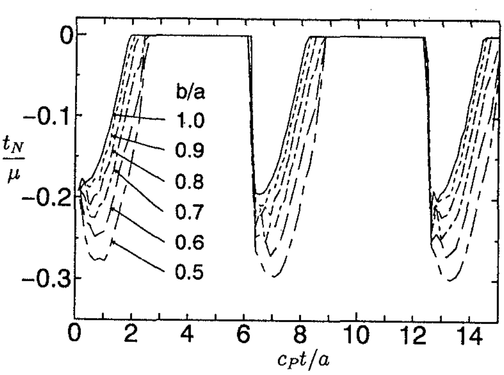

図 4 半径比b/aを変化させたときの点Ａでの表面力t_Nの経時変化．介在物は剛体．

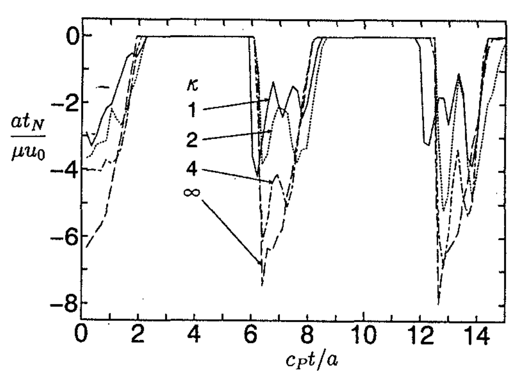

図 5 介在物-母材のヤング率比κを変化させたときの点Ａでの表面力t_Nの経時変化．