CS-4　過渡振動の特徴と地震動の破壊力についての考察

東洋大学　正会員　鈴木崇伸
東洋大学　正会員　伯野元彦

1. はじめに

1995 年兵庫県南部地震の地震動の特徴として周期数秒程度の大振幅の揺れが短時間に作用したことがあげられる。構造物の安全性を高めるには、このような揺れを受けたときにどのような揺れ方をして壊れていくかを明らかにしておく必要がある。ここでは単純な1自由度系の強制振動解を用いて揺れの特徴を明らかにして、被害の要因と考えられる物理量について考察する。

2. SDOF の強制振動

固有振動数が ω_0 である 1 自由度系の強制振動を考える。繰り返し数回程度の揺れを考えるので減衰は無視し、支点の加速度振幅を a_g 、振動数を ω とすると運動方程式は(1)式となる。

$$\ddot{u}+\omega_0{}^2u=-a_g\sin\omega t=p(t) \tag{1}$$

t=0 において変位０、速度０の条件で運動方程式を解いた結果を表１に示す。それぞれ固有固有振動数 ω_0 に関連する項と、入力振動数に関連する定常項からなっているが、どちらが優勢かは振動数比 ω/ω_0 によって異なってくる。特に速度に関しては両者は同程度に影響して $(\omega_0-\omega)/2$ のゆっくりした振動に $(\omega_0+\omega)/2$ の高振動数成分がのったものとなる。また絶対加速度は変位の符号を負にした運動に比例する。また表１中に過渡振動と定常振動を独立とみなして求めた最大振幅の近似値を示している。各計算式の係数部は定常応答の振幅を表わしているが、固有振動の影響により過渡応答の最大振幅は大きくなる。大きくなる割合は振動数比によって違ってくる。

表１　運動方程式の解

計算式		最大振幅
変位	; $u=\dfrac{a_g}{\omega_0{}^2-\omega^2}\left(-\sin\omega t+\dfrac{\omega}{\omega_0}\sin\omega_0 t\right)$	$\dfrac{a_g}{\omega_0\lvert\omega_0-\omega\rvert}$
速度	; $u=\dfrac{a_g\omega}{\omega_0{}^2-\omega^2}\left(-\cos\omega t+\cos\omega_0 t\right)$ $\rightarrow\dfrac{-2a_g\omega}{\omega_0{}^2-\omega^2}\sin\left(\dfrac{\omega_0-\omega}{2}t\right)\sin\left(\dfrac{\omega_0+\omega}{2}t\right)$	$\dfrac{2a_g\omega}{\lvert\omega_0{}^2-\omega^2\rvert}$
相対加速度	; $u=\dfrac{a_g\omega^2}{\omega_0{}^2-\omega^2}\left(\sin\omega t-\dfrac{\omega_0}{\omega}\sin\omega_0 t\right)$	$\dfrac{a_g\omega}{\lvert\omega_0-\omega\rvert}$
絶対加速度	; $u=\dfrac{a_g\omega_0{}^2}{\omega_0{}^2-\omega^2}\left(\sin\omega t-\dfrac{\omega}{\omega_0}\sin\omega_0 t\right)$	$\dfrac{a_g\omega_0}{\lvert\omega_0-\omega\rvert}$

固有振動数よりも低い振動数で加振した場合をケース１、高い振動数で加振した場合をケース２として、運動がどう違うかを計算してみる。ただし簡単のため a_g=1 とする。ケース１では変位は入力振動数でおよそ応答し、加速度は固有振動数で応答しているのに対して、ケース２では逆になっており、変位は固有振動数でおよそ応答し、加速度は入力振動数で応答している。速度は前述のように固有振動数と入力振動数の平均の速さでおよそ応答している。すなわち、変位応答は固有振動数と入力振動数の小さな方に反応し、加速度応答は両者の大きな方に反応しているといえる。

表２ 過渡応答の計算結果

項目	ケース1	ケース2
固有振動数	1.0	1.0
入力振動数	0.5	1.5
変位振幅	2.0	2.0
(振動数)	0.5	1.0
速度振幅	1.33	2.4
(振動数)	0.75	1.25
加速度振幅	1.0	3.0
(振動数)	1.0	1.5

3. エネルギーの変化

Keyword：過渡振動、エネルギー、破壊力
連絡先：〒350 川越市鯨井 2100　東洋大学工学部環境建設学科 TEL 0492-39-1391 fax0492-39-4482

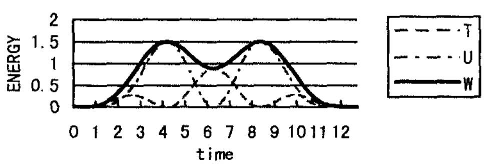
次に力学的エネルギーの変動について考える。単位質量あたりの運動エネルギーをT、変形エネルギーをU、強制力の仕事をWとすれば(2)式が成り立つ。

$$T+U=W,\quad T=\frac{1}{2}\dot{u}^2\quad U=\frac{{\omega_0}^2}{2}u^2,\quad W=\int p\,du \qquad (2)$$

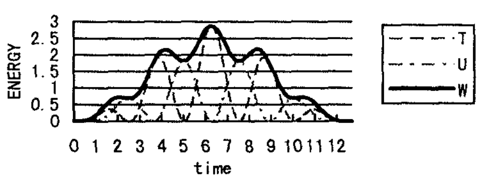
T、U、Wの変動を計算した結果を図1、2中に示しているが、変形エネルギーのピークでは運動エネルギーは0、運動エネルギーのピークでは変形エネルギーが0となっている。強制力の仕事は複雑な変化を示すが、仕事のピークを与えるのは、固有振動数に比べて入力振動数が低い場合には変形エネルギーで決定され、また固有振動数に比べて入力振動数が高い場合には運動エネルギーで決定されている。表1の最大振幅を用いてこれらを表現すれば式(3)となる。

$$U_{\max}=\frac{{a_g}^2}{2(\omega_0-\omega)^2},\quad T_{\max}=\frac{2{a_g}^2\omega^2}{({\omega_0}^2-\omega^2)^2},\quad W=\max[U_{\max},T_{\max}] \quad (3)$$

変形エネルギーと運動エネルギーの比を計算してグラフに表わしたものが図3である。入力振動数が低くなるほど変形エネルギーが相対的に大きくなっていく。



(a) ケース1（$\omega_0=1.0\quad \omega=0.5$）



(b) ケース2（$\omega_0=1.0\quad \omega=1.5$）

図1 強制加振中のエネルギーの変化

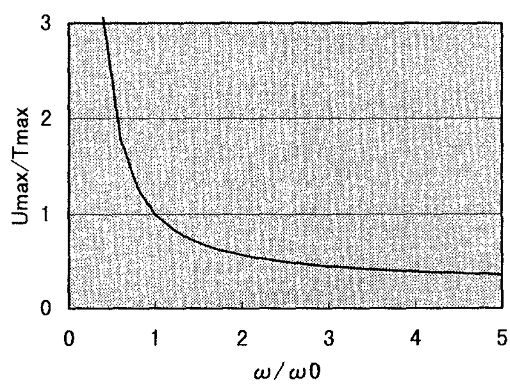


図2 変形エネルギーと運動エネルギーの比の変動

4. 考察

短時間に大振幅の揺れが作用する地震動の場合、過渡応答の影響が強く現れると考えられる。このときの運動は入力振動数と固有振動数の比率によって大きく様相が異なる。図3に定常応答の振幅と過渡応答まで加えた振幅の比の変化を示すが、$\omega/\omega_0=1$の前後で優勢となる成分が逆転する。$\omega>\omega_0$の場合は、相対加速度において定常応答が優勢であり、運動エネルギーが相対的に大きくなっている。一方$\omega<\omega_0$の場合には変位において定常応答が優勢であり、変形エネルギーが相対的に大きくなっている。構造物の耐震計算では加速度や速度の応答を予測して、運動から予測される変形に耐えられる設計を行うのが一般的である。今回の検討から、固有振動数に対して入力振動数が低い場合には運動から予測される変形よりも大きな変形が発生することが示された。これらの特徴を踏まえて、今後地震動のもつ破壊力について研究を進める予定でいる。

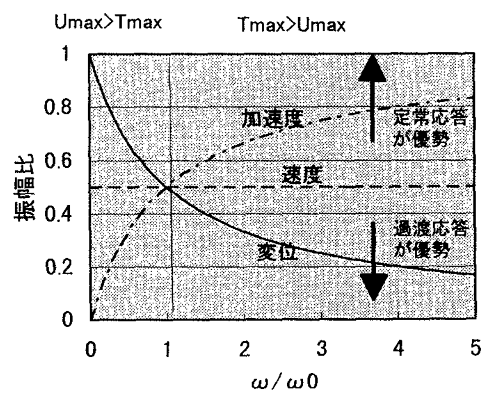


図3 過渡応答のイメージ