

Ⅶ-13

都市雨水流出解析への物理モデルの適用とその比較

芝浦工業大学大学院 学生員 荒井 稔
 パシフィックコンサルタンツ 青木大輔
 芝浦工業大学 正 員 守田 優

1. はじめに

近年、都市において下水管からの溢水が問題となっており、また一方で雨水浸透施設の設置などが進められている。これらのことを考慮すると、都市の雨水流出解析では雨水管1本1本について流速、水深を把握する必要があり、より再現性の高い流出モデルを適用する必要がある。このため主に kinematic wave モデルが、これまで物理モデルとして適用されてきたが、本研究では都市域の流出現象(特に下水管を主体とした)を把握することに適した物理モデルとして4種類のモデルを対象とし、様々な条件下におけるその妥当性と適用性を比較検討した。

2. 物理モデルについて

雨水流の基礎方程式は図-1に示したとおりであり、連続式と運動方程式 (Saint-Venant の式) からなる。雨水流は一般に水理量の時間的・場所的变化が緩やかな流れであるため、運動方程式に含まれるいくつかの項が他の項に比べて無視できるほど小さい場合がある。そのような運動方程式の項の省略によって図-1のように4つの物理モデルに分類することができ、それぞれ、kinematic wave モデル (S_o と S_f 以外を省略)、non-inertia モデル (慣性項を省略)、quasi-steady dynamic wave モデル (非定常勾配の項を省略)、dynamic wave モデル (省略項なし) と呼ばれる。ここで、non-inertia モデルは一般に diffusion wave モデルと呼ばれているが、本論文では Yen¹⁾ の呼称に従った。

❖ 連続式

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

❖ 運動方程式

$$\frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{gA} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\beta Q^2}{A} \right) + \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} - (S_o - S_f) = 0$$

kinematic wave
 non-inertia
 quasi-steady dynamic wave
 dynamic wave

A: 流水断面積 Q: 流量 g: 重力加速度 h: 水深
 β: 運動量補正係数 θ: 河床の傾斜角 S_o: 河床勾配
 S_f: 摩擦勾配

図-1

3. 解析方法

上述した基礎方程式を有限差分陰解法を用いて離散化し、2. で述べた4種類の物理モデルをつくり数値解を求めた。この場合、初期条件として水路内に $0.048 \text{ m}^3/\text{s}$ の通常時の流れを設定し、境界条件は下流端において放流させるものとして、限界水深の条件を用いた。ここでは解析の対象として幅: 0.5m、長さ: 200mの長方形断面水路を考え、横からの流入はない条件とした。そして、勾配と粗度係数をそれぞれ5通りと4通りに変化させて水路の流量を計算し、モデル間で比較した。また、モデルの検証計算を行う対象洪水としてはハイトグラフを流入ハイドログラフに変換したものをを用いた。

なお、この解析では差分グリッドにおいて時間増分 $\Delta t = 10 \text{ sec}$ 、空間増分 $\Delta x = 20 \text{ m}$ とした。水路の流量の計算では、最上流(p=1)から、最下流(p=11)の各点について、流出ハイドログラフを算出した。

* 都市雨水流出 kinematic wave diffusion wave dynamic wave

4. 解析結果

今回行った解析結果をそれぞれ図-2、図-3、図-4に示す。図-2は水路勾配 $S_0=0.006$ 、粗度係数 $n=0.014$ としたときの4つのモデルによる最下流接点における流出ハイドログラフの計算結果である。ここでは *dynamic wave* モデルと *non-inertia* モデル、*quasi-steady dynamic wave* モデルは比較的近い波形を示し、特に前2者はほとんど一致している。また *kinematic wave* モデルは他のモデルに比べて良好な結果が得られていない。*kinematic wave* モデルは、下流からの影響を考慮できない。そこで地点ごとにハイドログラフを示したのが図-3である。*non-inertia* モデルによる下流端($p=11$)、上流部($p=3$)の流出波形と比較すると、*kinematic wave* モデルでは上流へ行くほど良好な結果になっている。また、水路勾配と粗度係数を変えて様々な計算を行ったが、全ての計算を通して *non-inertia* モデルが最も安定していた。ここで計算の精度を検討するが、解析解に相当するものがないので *non-inertia* モデルの計算値を基準にして相対誤差を計算し、それを整理したものが図-4である。なお、相対誤差は以下の式で求めている。

$$\epsilon = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|Q_{i0} - Q_i|}{Q_{i0}} \quad \begin{array}{l} Q_i: \text{各モデルの流量} \\ Q_{i0}: \text{non-inertia モデルの流量} \end{array}$$

図-4は各モデルの勾配変化に対する比較である。*dynamic wave* モデルと *quasi-steady dynamic wave* モデルは平地部、すなわち緩勾配の場合においてはよい精度であるが、勾配が大きい条件では、誤差が大きく適用できないことがわかる。逆に *kinematic wave* モデルは水路が急勾配であれば現象をよく表現できるが、緩勾配においては誤差が大きい。これは既に述べたように、このモデルが運動方程式（Saint-Venantの式）の項の省略によって下流側の水理条件を考慮していないことに関係している。

5. まとめ

以上の結果から対象とする地形条件や水路の状態によってモデルの使い分けする必要があるということがわかった。現在、最もよく用いられている *kinematic wave* モデルには適用の限界があり、緩勾配の条件では他のモデルと比較すると精度が劣っている。しかし、ただ単に精度のよいものが必ずしも最良とは言えず、モデルの機構がより簡明で流域の流出現象をよく表しているものでなければならない。したがって、これらを踏まえれば *non-inertia* モデルが最も実用的であり、今後も広く適用できるモデルであるといえる。

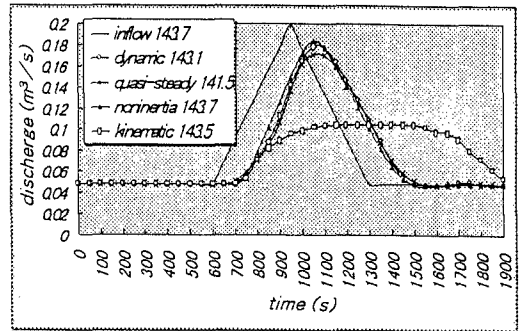


図-2 各モデルの比較 ($n=0.013$; $s_0=0.006$)

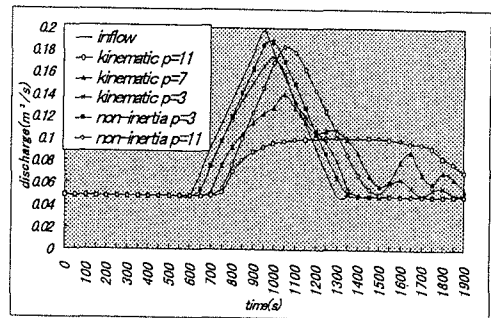


図-3 測点別による比較 ($n=0.014$, $s_0=0.006$)

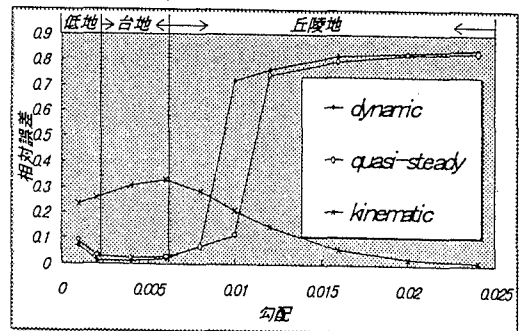


図-4 勾配変化に対する比較 ($n=0.014$)

参考文献

- 1) B.C.Yen (1986): Hydraulics of Sewers, Advances in Hydroscience, vol.14, pp.1-122.