

茨城県 正会員 石塚順一
 東京工業大学 正会員 屋井鉄雄
 東京工業大学 学生員 坂井康一

1. はじめに

従来からパラメータ推定上の煩雑さのためにプロビットモデルが交通需要予測に実務的に利用される機会は少なかったが、近年シミュレーション法を利用した新たなパラメータ推定法がいくつか提案されてきた。だがパラメータ推定法の特性などは十分に把握されていない。本研究では著者らがすでに提案した鉄道経路選択における構造化プロビットモデルを分析対象としてパラメータ推定の安定性と、プロビットモデルから導かれる利用者便益の推計特性の把握とを試みた。

2. 構造化プロビットモデルのパラメータ推定法

(1) 構造化プロビットモデル

R 個の選択肢の中から選択肢 r を選ぶ確率 P_r と密度関数は以下のように表される

$$P_r = \int_{\varepsilon_1=-\infty}^{\varepsilon_r+\nu_r-\nu_1} \cdots \int_{\varepsilon_R=-\infty}^{\varepsilon_r+\nu_r-\nu_R} \Phi(\varepsilon) d\varepsilon_R \cdots d\varepsilon_1 \quad (1)$$

$$\Phi(\varepsilon) = (2\pi)^{-\frac{R}{2}} |\Sigma|^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \varepsilon \Sigma^{-1} \varepsilon^T\right) \quad (2)$$

分散共分散行列は経路長 L_i と重複区間長 L_{ij} を用いて以下に示される¹⁾

$$\Sigma = \sigma_0^2 \begin{pmatrix} \eta L_1 + 1 & \eta L_{12} & \cdots & \eta L_{1R} \\ \eta L_{12} & \eta L_2 + 1 & \cdots & \eta L_{2R} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \eta L_{1R} & \eta L_{2R} & \cdots & \eta L_R + 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

η : 分散パラメータ

(2) パラメータ推定

パラメータ推定にはシミュレーション法を用いる。シミュレーション法とは多数の乱数を元に確率的に生成された値を効用関数の誤差項の値として用い、トリップメーカーの選択確率を近似する方法である。本研究では GHK 法 (GHK Recursive Simulator) を用いてパラメータの推定を行う。

Key words プロビットモデル、シミュレーション法、推定特性
 〒310 茨城県水戸市三の丸 1-5-38
 TEL 029-221-8111

GHK 法とは、独立な選択肢群に適当な処理を施することで、相関のある選択肢群を近似する方法である。3 脅選択の場合仮に選択肢 1 が選ばれるとき、効用差が負であるという以下の関係が成立立つ。

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_2 - U_1 \\ U_3 - U_1 \end{pmatrix} = \Delta X \theta + \begin{pmatrix} w_{11} & 0 \\ w_{12} & w_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{pmatrix} \leq 0 \quad (4)$$

ΔX : 説明変数の差のベクトル

θ : パラメータベクトル

(4)式の w は、(5)式の右辺をコレスキー分解した行列の各要素である。また、 ζ は 0~1 の一様乱数を処理して得られる値であり、正規分布が仮定される。

$$WW' = M_1 \Sigma \Sigma' M_1' \quad (5)$$

$$M_1 = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

(4)式を満たすように正規分布の分布関数の式に値を代入することにより(9)式の条件付き確率が求まり、これより選択肢 1 の選択確率は

$$P_1 = P(U_1 \leq 0) \times P(U_2 \leq 0 | U_1 \leq 0) \quad (9)$$

と積の形で表すことができる。

3. 便益計測法

プロビットモデルの最大効用 U^* の分布関数は以下のように表される。

$$F(U^*) = \text{Prob}(U_1 \leq U^*, \dots, U_R \leq U^*) \quad (10)$$

$$= \int_{\varepsilon_1=-\infty}^{U^*-\nu_1} \cdots \int_{\varepsilon_R=-\infty}^{U^*-\nu_R} \Phi(\varepsilon) d\varepsilon_R \cdots d\varepsilon_1 \quad (11)$$

ε_i : 経路 i の誤差項

最大効用の最頻値 M は(11)式を U^* で 2 回微分することで得られる。また、利用者 1 あたりの支払い意志額 ΔC は

$$\Delta C = (M^1 - M^0) / \beta \quad (12)$$

と表せる。 M^0 、 M^1 はそれぞれサービス改善前後の最大効用の最頻値、 β は運賃パラメータである。

4. 解の安定性

安定性の指標として、シミュレーション法による

同じ計算を20回繰り返したときの標準偏差 σ を平均値 μ で割った割合を変動係数 e と定義する。

$$e = \sigma / \mu \times 100(\%) \quad (13)$$

サンプル数と乱数発生回数を変えて変動係数の値を得た。利用者便益の計測では図1のような4種類の確定効用パターンと3種類のネットワークパターンを用いた。

シミュレーション法によるパラメータ推定の変動を図2に示す。(a)では混雑率、分散パラメータが大きい値を示しているが、乱数を100回発生させれば変動係数が2%以内に収まることが分かる。(b)ではそのうち乗換回数についてサンプル数との関係を見たものである。サンプル数が多くなるに従い累乗近似的に変動係数が減少している。また200サンプルから100サンプルにしたときに変動係数が急増することが分かる。

利用者便益の変動を図3に示す。(a)では重複率の違いの比較、(b)では確定効用パターンの違いの比較を行った。(a)からは、重複率が大きくなるほど変動係数が大きくなる傾向が見られる。(b)からは、どちらかというと選択肢1の効用分布が他の選択肢のそれと充分はなれている場合は変動係数が小さく、逆に他の選択肢の効用分布と近い場合は変動係数が大きいことが分かる。

5. おわりに

本研究では変動係数を指標として、構造化プロビットモデルのパラメータ推定の安定性とプロビットモデルから導かれる利用者便益の推計特性の把握を行い、これらの有用性を示すことができた。

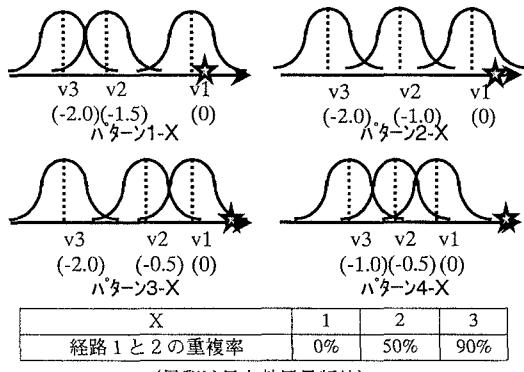


図1 確定効用及びネットワークパターン (3経路の場合)

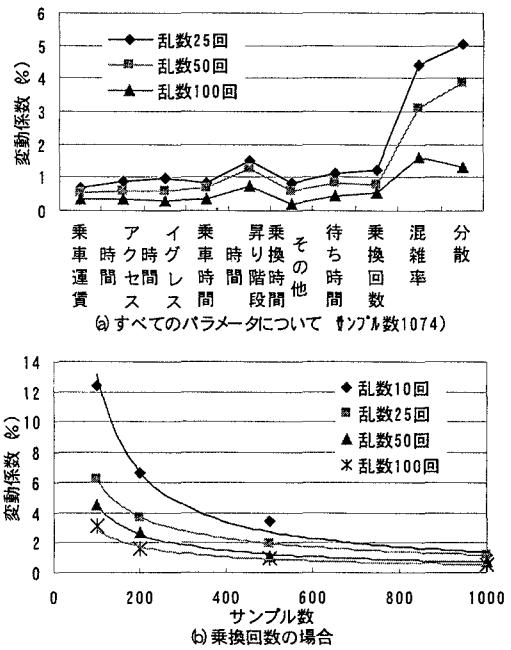


図2 シミュレーション法によるパラメータ推定の変動

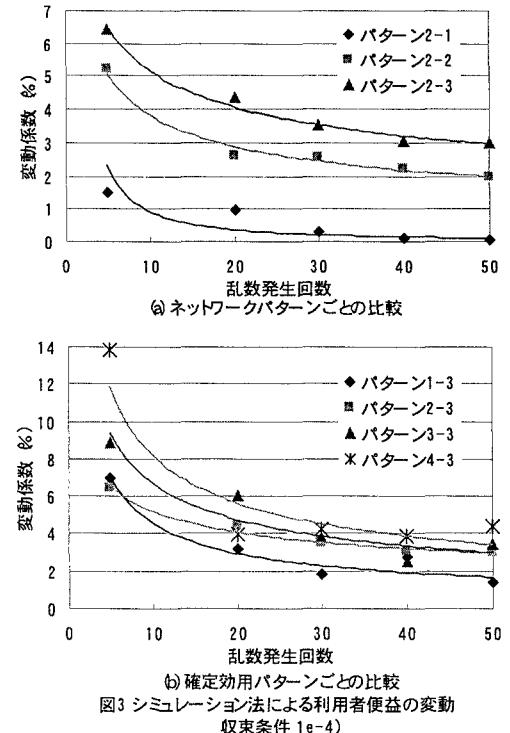


図3 シミュレーション法による利用者便益の変動
収束条件 $1e-4$

参考文献

- 1)屋井、中川:構造化プロビットモデルの発展性、土木計画学研究論文集13、1996。