

IV-182 始業時刻分布下での鉄道通勤交通需要管理効果に関する研究

京都大学大学院 学生会員 田中 成興

京都大学大学院 正会員 小林 潔司

広島大学工学部 正会員 奥村 誠

中央復建コンサルタンツ フェロー会員 永野 光三

1. はじめに

鉄道企業は利潤が最大になるように時刻別輸送サービスを供給し、家計は各自の効用が最大になるように出発時刻を選択する。各時刻におけるサービスの集計的需要と輸送力から混雑度が決まる。本研究では、このような時刻によって差別化された財(輸送サービス)の市場均衡を新都市経済学のアプローチに基づいて最適制御問題として定式化する。さらに市場均衡が社会的最適とは限らないことにより、通勤交通需要のマネジメント方策が必要になることを理論的に解明したいと考える。

2. 市場均衡の定式化

(1) 家計行動の定式化

本稿ではベッドタウンと都心とを結ぶ一本の通勤鉄道を想定する。家計による総輸送需要は N 人と固定されている。一般企業の始業時刻の分布は先験的に決定されており、遅刻は許されないと考える。いま、ある基準時刻を原点とする座標軸を導入し、時刻 t に出発する代表的家計の効用関数を次式のように定義する。

$$u = -s(t)^{\eta} + ct \quad (1)$$

$s(t)$: 時刻 t に出発したときの列車の混雑度、 c : 時間費用、である。混雑度には物理的限界があり、 $0 \leq s(t) \leq \bar{s}$ である。家計の行動は次のように定式化できる。

$$\max_t [-s(t)^{\eta} + ct] \quad (2a)$$

$$s.t. \quad t + \tau = T \quad (2b)$$

$$\tau \geq 0 \quad (2c)$$

λ を始業時刻 T の限界効用を表すラグランジュ乗数としてキューン・タッカーの定理を用いてこれを解くと、混雑度が次のように求められる。

$$s(t) = (ct + \Lambda)^{\frac{1}{\eta}} \quad (3)$$

Λ : λ の原始関数、である。ここで、始業時刻が次に示す拡張したパレート分布(三角形分布)に従うとする。

$$\Pi(T) = \begin{cases} A(2T_0 - T)^{-\alpha} & (T_1 \leq T < T_0 \text{ のとき}) \\ AT^{-\alpha} & (T_0 \leq T \leq T_2 \text{ のとき}) \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{ただし} \quad \int_{T_1}^{T_2} \Pi(T) dT = 1$$

家計は、時刻別の輸送力に対して、無駄時間がないように出発する($\lambda > 0$)か混雑を避けて早めに出発する

($\lambda = 0$)かを選択する。 $\lambda > 0$ では輸送サービスの集計的需要 $D(t)$ は、 $D(t) = N\Pi(t)$ となる。なお、その選択される状態が切り替わる時刻を切替点と呼ぶこととする。以下、式(10)(11)(20)(21)において上段が $T_1 \leq T < T_0$ のとき、下段が $T_0 \leq T \leq T_2$ のときを表す。

(2) 鉄道企業の行動と市場均衡

鉄道企業の費用関数を次のように仮定する。

$$z = \int_{t_0}^{T_2} \zeta_0 \alpha(t)^{\xi} dt \quad (5)$$

すると、家計と企業の最適化行動によって実現する出発時刻別の輸送サービスの需給均衡は、以下の最適化問題の解として表される。

$$\max_{\alpha(t)} \left[- \int_{t_0}^{T_2} \zeta_0 \alpha(t)^{\xi} dt \right] \quad (6a)$$

$$s.t. \quad \dot{s}(t) = \Omega(s(t), \lambda) \quad (6b)$$

$$\dot{m}(t) = s(t)\alpha(t) \quad (6c)$$

$$0 \leq \alpha(t) \leq \bar{\alpha} \quad (6d)$$

$$m(t_0) = 0 \quad (6e)$$

$$m(T_2) = N \quad (6f)$$

$\Omega(s(t), \lambda) \equiv \frac{c - \lambda}{\eta s(t)^{\eta-1} - \tau}$ 、 t_0 : 最早到着時刻、 $m(t)$: 時刻 t_0 から t までの累積到着者数、である。以上の問題は、 $\alpha(t)$ を操作変数、 $s(t)$ 、 $m(t)$ を状態変数とする一部状態量自由、始端時間自由の最適制御問題となっている。

(3) 市場均衡解

最適制御問題(6a)-(6f)を解くためにハミルトニアンを次のように定義する。

$$H = -\zeta_0 \alpha(t)^{\xi} + \lambda_1 \Omega(s(t), \lambda) + \lambda_2 s(t)\alpha(t) \quad (7)$$

λ_1 、 λ_2 はそれぞれ制約条件(6b)(6c)の随伴変数である。ポントリャーギンの最大値原理より最適性の条件が得られる。これより、鉄道企業は操業時間を通じて輸送需要の潜在価格を一定の水準 μ に保つことが判る。ここで、 λ についての場合分けを考える。

 $\lambda = 0$ かつ $\tau \geq 0$ の場合

C を定数として以下の式が得られる。

$$s(t) = (ct + C)^{\frac{1}{\eta}} \quad (8)$$

$$\alpha(t) = \left(\frac{\mu}{\zeta_0 \xi} \right)^{\frac{1}{\xi-1}} (ct + C)^{\frac{1}{\eta(\xi-1)}} \quad (9)$$

 $\lambda > 0$ かつ $\tau = 0$ の場合

時差出勤、出発時刻によって差別化された輸送サービス、最適制御問題、切替点

〒606 京都市左京区吉田本町 TEL/FAX 075-753-5073

輸送サービスの供給関数 $Q(t) = s(t)\alpha(t)$ は、均衡状態において $Q(t) = D(t)$ であり、以下の式が得られる。

$$s(t) = \begin{cases} \left(\frac{\mu}{\zeta_0 \xi}\right)^{-\frac{1}{\eta}} (NA)^{1-\frac{1}{\eta}} (2T_0 - t)^{-a(1-\frac{1}{\eta})} \\ \left(\frac{\mu}{\zeta_0 \xi}\right)^{-\frac{1}{\eta}} (NA)^{1-\frac{1}{\eta}} t^{-a(1-\frac{1}{\eta})} \end{cases} \quad (10)$$

$$\alpha(t) = \begin{cases} \left(\frac{\mu NA}{\zeta_0 \xi}\right)^{\frac{1}{\eta}} (2T_0 - t)^{-\frac{a}{\eta}} \\ \left(\frac{\mu NA}{\zeta_0 \xi}\right)^{\frac{1}{\eta}} t^{-\frac{a}{\eta}} \end{cases} \quad (11)$$

なお、切替点やその他の定数 (t_0 , C , μ) は、鉄道企業のコスト関数を最小にするように定まる。

3. 規範的計画モデルの定式化

(1) 社会的厚生水準の改善

家計の出発時刻の選択に伴う通勤行動は通勤列車の混雑度の増加という外部不経済を生み出す。そのため、家計と鉄道企業の自由な選択行動の結果として到達する均衡状態は必ずしも社会的に最適なものではない。本研究では、そのような外部不経済を内部化することにより社会的に最適な状態に導くを試みる。

(2) 鉄道企業の規制問題 (計画モデル1)

まず、鉄道企業の行動のみ規制 (TSMの導入) する場合を考える。目的関数は、

$$\max_{\alpha(t)} \left[\int_{t_0}^{T_2} \{-\zeta_0 \alpha(t)^\xi + s(t)\alpha(t)(-s(t)^\eta + ct)\} dt \right] \quad (12)$$

であり、制約条件は式(6b)-(6f)である。ハミルトニアンを次のように定義して、この問題を解く。

$$H = -\zeta_0 \alpha(t)^\xi + s(t)\alpha(t)(-s(t)^\eta + ct) + \lambda_1 \Omega(s(t), \lambda) + \lambda_2 s(t)\alpha(t) \quad (13)$$

$\lambda = 0$ かつ $\tau \geq 0$ の場合

C を定数として以下の式が得られる。

$$s(t) = (ct + C)^{\frac{1}{\eta}} \quad (14)$$

$$\alpha(t) = \left(\frac{\mu - C}{\zeta_0 \xi}\right)^{\frac{1}{\eta-1}} (ct + C)^{\frac{1}{\eta(\eta-1)}} \quad (15)$$

$\lambda > 0$ かつ $\tau = 0$ の場合

均衡状態では $Q(t) = D(t)$ が成り立ち、これより λ が t の関数として表されて $s(t)$, $\alpha(t)$ が求められる。

切替点、 t_0 , C , μ の値は、社会的厚生水準が最大になるように定められる。

(3) システム最適化問題 (計画モデル2)

家計、鉄道企業の双方が規制される場合、計画問題は以下のように定式化される。

$$\max_{\alpha(t), s(t)} \left[\int_{t_0}^{T_2} \{-\zeta_0 \alpha(t)^\xi + s(t)\alpha(t)(-s(t)^\eta + ct)\} dt \right] \quad (16a)$$

$$s.t. \quad \dot{m}(t) = s(t)\alpha(t) \quad (16b)$$

$$m(t) \geq \int_{T_1}^t N \Pi(t) dt \quad (16c)$$

$$m(t_0) = 0 \quad (16d)$$

$$m(T_2) = N \quad (16e)$$

ハミルトニアンを次のように定義して問題を解く。

$$H = -\zeta_0 \alpha(t)^\xi + s(t)\alpha(t)(-s(t)^\eta + ct) + \lambda_2 s(t)\alpha(t) + \lambda_3 \left(m(t) - \int_{T_1}^t N \Pi(t) dt \right) \quad (17)$$

ここで λ_2 , λ_3 は制約条件 (16b)(16c) の随伴変数である。

$\lambda_3 = 0$ かつ $m(t) \geq \int_{T_1}^t N \Pi(t) dt$ の場合

$\lambda_2 = \text{const.} \equiv \mu$ が成り立ち、以下の式が得られる。

$$s(t) = \left(\frac{ct + \mu}{\eta + 1}\right)^{\frac{1}{\eta}} \quad (18)$$

$$\alpha(t) = \left(\frac{\eta}{\zeta_0 \xi}\right)^{\frac{1}{\eta-1}} \left(\frac{ct + \mu}{\eta + 1}\right)^{\frac{\eta+1}{\eta(\eta-1)}} \quad (19)$$

$\lambda_3 > 0$ かつ $m(t) = \int_{T_1}^t N \Pi(t) dt$ の場合

$Q(t) = D(t)$ より、以下の式が得られる。

$$s(t) = \begin{cases} (NA)^{\frac{\xi-1}{\eta+\xi}} \left(\frac{\eta}{\zeta_0 \xi}\right)^{-\frac{1}{\eta+\xi}} (2T_0 - t)^{-\frac{a(\xi-1)}{\eta+\xi}} \\ (NA)^{\frac{\xi-1}{\eta+\xi}} \left(\frac{\eta}{\zeta_0 \xi}\right)^{-\frac{1}{\eta+\xi}} t^{-\frac{a(\xi-1)}{\eta+\xi}} \end{cases} \quad (20)$$

$$\alpha(t) = \begin{cases} (NA)^{\frac{\eta+1}{\eta+\xi}} \left(\frac{\eta}{\zeta_0 \xi}\right)^{\frac{1}{\eta+\xi}} (2T_0 - t)^{-\frac{a(\eta+1)}{\eta+\xi}} \\ (NA)^{\frac{\eta+1}{\eta+\xi}} \left(\frac{\eta}{\zeta_0 \xi}\right)^{\frac{1}{\eta+\xi}} t^{-\frac{a(\eta+1)}{\eta+\xi}} \end{cases} \quad (21)$$

切替点、 t_0 , μ の値は、社会的厚生水準が最大になるように定められる。

4. 交通管理需要政策の効果 (数値計算事例)

現時点では、各モデルの厚生を解析的に比較することには成功しておらず、数値計算による比較を試みた。各パラメータ値は便宜的に $c = 0.1$, $N = 1000$, $\eta = 1.2$, $\xi = 3$, $\zeta_0 = 0.1$, $\bar{s} = 6$, $T_0 = 150$, $T_1 = 100$, $T_2 = 200$, $a = 10$ と設定した。ただし計画モデル1の数値計算は成功していないため、均衡モデルと計画モデル2の比較結果のみを表1及び図1に示す。これによると、企業と家計の行動を規制することによって社会的厚生水準が改善されることが確認できる。

表1 社会的厚生水準の比較結果

	均衡モデル	計画モデル2
最早出勤時刻: t_0	72.7	73.1
切替点: t_k	158.5	150.0
利用者総効用: TU	5202.4	6266.1
総輸送費用: TC	161.2	261.4
社会的厚生水準: W	5363.6	6527.5

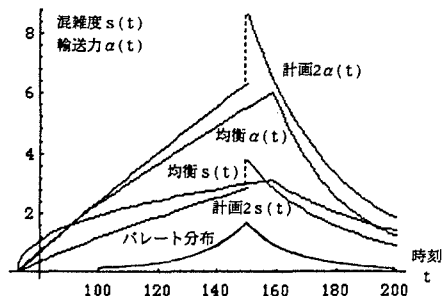


図1 輸送力及び混雑度の比較