III－B348

固体・液体混合体に対する均質化法の適用

東京大学　正会員　寺田賢二郎
豊田高専　正会員　伊東　孝
ミシガン大学　　　菊池　昇

１．はじめに

土木工学の分野で扱われる材料の中には、微視的領域に異なる材料が複雑に混ざり合った、いわゆる混合体と見なせるものがあり、構造物の力学挙動を特徴づけている。特に、地盤材料の中には、固体と液体からなる混合体が多く存在し、その複雑な力学挙動が地盤構造物の設計・解析を困難にしている一因となっている。

本研究では、固体・液体の混合体の準静的な変形に対して均質化法を適用し、工学の分野で受け入れられている既存の力学理論が、均質化法の理論の枠組みでどのように捉えることができるかを考察するとともに、その数値解析を行う。

２．固体・液体の混合体に対する均質化法

液体は、微視的な固体との界面において相対的な速度が零になるような粘性流体として運動するが、液体の粘性の影響は小さく、巨視的に見ると液体が接触面を通して固体に粘性の作用によって生じさせるせん断力は無視できるものと仮定する。これによって、固相と液相についてのつり合い式は次のような力学的境界条件を含んだ弱形式表示で表すことができる。

$$\int_{\Omega_s} E_{ijlm}\frac{\partial u_l^\varepsilon}{\partial x_m}\frac{\partial w_i^\varepsilon}{\partial x_j}dx = \int_{\Omega_s}\rho_s f_i w_i^\varepsilon dx + \int_{\Gamma_s}\hat{t}_i w_i^\varepsilon dx + \int_{\Sigma_s} E_{ijlm}\frac{\partial u_l^\varepsilon}{\partial x_m}n_j^s w_i^\varepsilon ds \qquad (1)$$

$$-\int_{\Omega_f} p^\varepsilon \frac{\partial w_i^\varepsilon}{\partial x_j}dx + \varepsilon^2\int_{\Omega_f}\left(\mu D\frac{\partial v_i^\varepsilon}{\partial x_j}\right)\frac{\partial w_i^\varepsilon}{\partial x_j}dx = \int_{\Omega_f}\rho_f f_i w_i^\varepsilon dx - \int_{\Gamma_f}\hat{t}_i w_i^\varepsilon dx - \int_{\Sigma_f} p^\varepsilon n_i^f w_i^\varepsilon ds \qquad (2)$$

ここで、Ω_s,Ω_fは固相と液相が占める領域、$\hat{t}_i$は応力境界Γに作用する表面力、ρfはρを密度としたときの物体力、E_{ijkl}は弾性係数テンソル、u_l^εは固体の変位ベクトル、μは液体の粘性係数、p^εとv_i^εはそれぞれ液相の圧力と速度ベクトル、n_i^sとn_i^fは固相と液相の外向き法線ベクトル、Dはせん断成分を抽出する演算子である。

式(1)に変位の漸近展開式を代入することにより、最終的に固相の均質化された支配方程式が次のように得られる。

$$\int_\Omega E_{ijkh}^H\frac{\partial u_k^0(x)}{\partial x_h}\frac{\partial w_i^0}{\partial x_j}dx - \int_\Omega p^0 Q_{ij}^H\frac{\partial w_i^0}{\partial x_j}dx = \int_\Omega f_i^{sH}w_i^0 dx + \int_{\Gamma_s}\hat{t}_i w_i^0 ds \qquad (3)$$

式中の、均質化された材料物性は

$$E_{ijkh}^H = \frac{1}{|Y|}\int_{Y_s}\left(E_{ijkh} - E_{ijlm}\frac{\partial \chi_l^{kh}}{\partial y_m}\right)dy, \quad Q_{ij}^H = \frac{1}{|Y|}\int_{Y_s}E_{ijlm}\frac{\partial \Phi_l}{\partial y_m}dy, \quad f_i^{sH} = \frac{|Y_s|}{|Y|}\rho_s f_i \qquad (4)$$

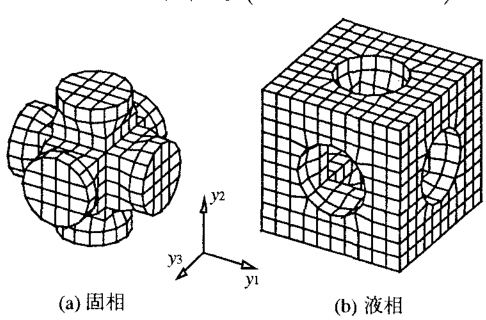


図-1:ユニットセルの有限要素解析モデル

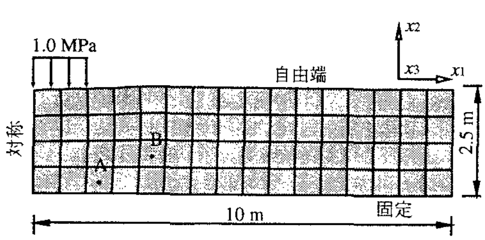
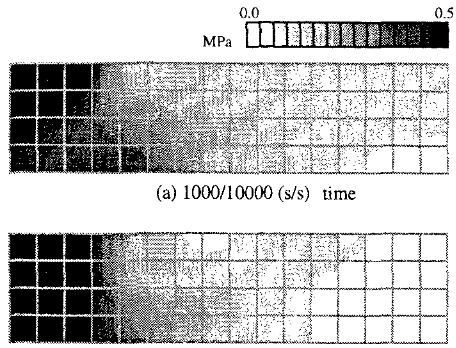


図-2:全体構造物の有限要素解析モデル

キーワード：均質化法、混合体、連成問題

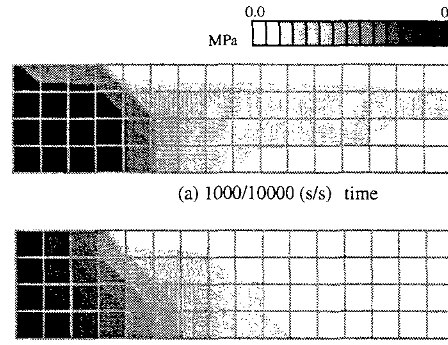
〒113 東京都文京区本郷 7-3-1 TEL 03-3812-2111 FAX 03-3815-8360
〒471 愛知県豊田市栄生町 2-1 TEL 0565-35-4397 FAX 0565-35-0287
Ann Arbor MI48109, USA



(a) 1000/10000 (s/s) time

(b) 7000/10000 (s/s)

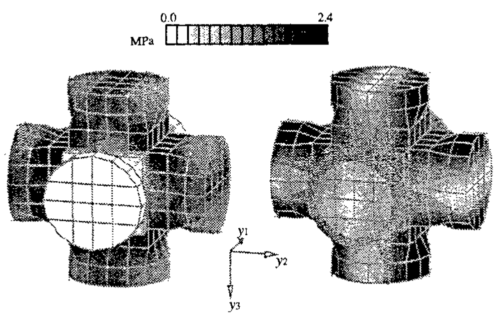
図-3:全体構造物領域内の固相の応力分布



(a) 1000/10000 (s/s) time

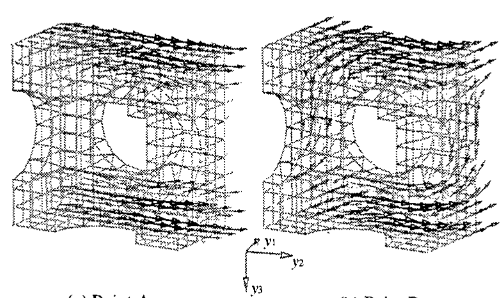
(b) 7000/10000 (s/s)

図-4:全体構造物領域内の液相の圧力分布



(a) Point A　　(b) Point B

図-5:局所化による固相の応力分布



(a) Point A　　(b) Point B

図-6:局所化による液相の速度分布

である。液相についても同様に式(2)に速度と圧力の漸近展開式を代入することにより均質化された透水係数が得られ、さらに質量保存則により液相の巨視的な支配方程式が得られる。

$$\int_\Omega \frac{\partial \hat{u}_i^0}{\partial x_i}\theta^0 dx + \int_\Omega K_{ik}\frac{\partial P}{\partial x_k}\frac{\partial \theta^0}{\partial x_i}dx = -\int_\Gamma \hat{V}_I N_i \theta^0 ds, \quad K_{ik} = \frac{1}{|Y|}\int_{Y_f} k_i^k(y)dy \qquad (5)$$

3．有限要素法による数値解析

固体については等方弾性で、Young率：30MPa,Poisson比：0.25を設定し、液体は粘性係数：$10^{-3}Pa.s$のものを考えた。用いた微視構造の有限要素解析のためのモデルを図-1に示す。このモデルを用いて式(4)および式(5)を評価し均質化弾性係数、圧力応答コンプライアンスおよび透水係数を得ることができる。

次に、このようにして得られる力学特性を有する全体構造物として図-2に示すようなものを考える。図-3と図-4はそれぞれ均質化された全体構造物で固相が受け持つ応力分布と液体中の圧力分布を示している。

微視構造の単位応答が得られているので、全体構造物の各物質点で得られた巨視的な変形と合わせることで微視構造の実際の力学応答が求められる。このプロセスは局所化と呼ばれる。全体構造物の任意の点、任意の時間での局所化が可能であるが、図-2の点AとBを評価点として、それぞれの点の微視的な応力分布と流れの場を図-5と図-6に示す。これらの微視的な力学応答はユニットセル内の幾何性状が考慮された結果であるが、巨視的な変形あるいは圧力分布等をそのまま反映していることがわかる。

4．おわりに

固体・液体からなる混合体のための均質化法の数値解析によって、Global-Local的な変形ー浸透連成解析が可能であることを示した。微視構造のモデル化やその材料定数の決定は簡単ではなく、今後さらに工学問題への適用性と合わせて検討していく必要があると考えている。