土木学会第52回年次学術講演会（平成９年９月）

III－B339　弾粘塑性材料への均質化法の適用

佐藤工業(株)　正会員　○田口 知寛
名古屋大学工学部　正会員　清木 隆文
名古屋大学工学部　正会員　市川 康明

1. はじめに

近年、地下空間への需要が高まり地盤材料の研究が重要視されている。一般に地盤材料はその変形・破壊過程において非線形性と時間依存性を有する複雑な挙動を示す。それらの挙動を正確に把握するためにはミクロな構造まで考慮する必要がある。本研究では、構成モデルを $Perzyna/Adachi-Oka$ のモデル[1]に立脚した弾粘塑性体に対して均質化法(Homogenization Method)[2]を導入し、時間依存性数値解析を試みる。

2. 弾粘塑性体への均質化法の適用

均質化法はミクロレベルで非均質な構造が周期的かつ規則的に配列された物体に対して、その構造を反映したマクロレベルの材料定数を求め、さらにマクロな解析解からミクロな解を求めることができる理論である。均質化法は元来線形弾性問題に対して適用されてきたが、増分形の定式化などによる工学的近似により非線形問題への適用[3]が可能となりつつある。弾粘塑性問題に対し時間区分 $[t, t+\Delta t]$ について非線形挙動を記述すると

つり合い式
$$\frac{\partial \Delta\sigma^{\varepsilon}_{ij}}{\partial x_j} + \Delta f^{\varepsilon}_i + \left(f^{*\varepsilon}_i + \frac{\partial \sigma^{*\varepsilon}_{ij}}{\partial x_j} \right) = 0 \qquad \text{in } \Omega^{\varepsilon} \tag{1}$$

構成則　$Perzyna$ の超過応力モデルより弾粘塑性体においてつぎの関係がいえる。

$$\Delta\sigma_{ij} = \bar{D}_{ijkl}\,\Delta\varepsilon_{kl} - \Delta\sigma^{vp}_{ij} = \bar{D}_{ijkl}\,\Delta\varepsilon_{kl} - \bar{D}_{ijkl}\,\dot{\varepsilon}^{vp}_{kl}\,\Delta t \tag{2}$$

ここで $\dot{\varepsilon}^{vp}_{kl}$ は粘塑性ひずみ速度を $\Delta\sigma^{vp}_{ij}$ は応力の粘塑性成分を示す。

以上、弾粘塑性問題に対し支配方程式が導かれたので均質化理論を導入するとユニットセルにおける微視問題と、全体構造物における巨視問題についてそれぞれつぎの微分方程式が得られる。

微視問題(ユニットセル)：局所系における

$$\frac{\partial}{\partial y_j}\left\{ \bar{D}_{ijkl}(\Delta\varepsilon^{0x}_{kl} + \Delta\varepsilon^{1y}_{kl}) - \Delta\sigma^{vp}_{ij} \right\} = 0 \tag{3}$$

が得られる。ここでマクロとミクロを結ぶ局所形における特性関数 χ^{pq}_k を

$$\Delta u^1_k(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}; t) = \chi^{pq}_k(\boldsymbol{y}; t)\frac{\partial \Delta u^0_p}{\partial x_q} + c(\boldsymbol{x}) \tag{4}$$

と定義すると、ユニットセルにおける微視的問題が以下のように得られる(弱形式)。

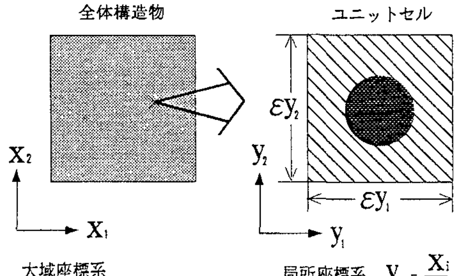


図１ 均質化法の概念

$$\left[\int_Y (\bar{D}_{ijop}\frac{\partial \chi^{kl}_o}{\partial y_p} - \bar{D}_{ijkl})\frac{\partial V_i}{\partial y_j}\,dY \right] \Delta\varepsilon^{0x}_{kl} = -\int_Y \Delta\sigma^{vp}_{ij}\frac{\partial V_i}{\partial y_j}dY \tag{5}$$

巨視問題(全体構造物)：ユニットセルに対する平均化 $< \bullet > = \dfrac{1}{|Y|}\displaystyle\int_Y \bullet dy$ を施すとつぎの巨視問題が得られる。ここで D^H_{ijkl} はミクロな幾何構造を反映したマクロな定数であることから均質化弾性定数とよばれる。

$$\frac{\partial\{D^H_{ijkl}\Delta\varepsilon^{0x}_{kl}\}}{\partial x_j} = \frac{\partial < \Delta\sigma^{vp}_{ij} >}{\partial x_j} - < \Delta f^{\varepsilon}_i > - < f^{*\varepsilon}_i > - \frac{\partial < \sigma^{*\varepsilon}_{ij} >}{\partial x_j} \tag{6}$$

キーワード：均質化理論、微視的構造、弾粘塑性解析
連絡先：　〒464-01　名古屋市千種区不老町　TEL 052-789-3829　FAX 052-789-3837

$$D^{H}_{ijkl} \;=\; \frac{1}{|Y|}\int_{Y}(\bar{D}_{ijkl}+\bar{D}_{ijop}\,\frac{\partial \chi^{kl}_{o}}{\partial y_{p}})\;dY$$

3. 数値解析

解析例として図2のような構造物を対象とし微視レベルで弾粘塑性材料に弾性材料を混入して数値解析を試みた。弾粘塑性材料は足立ら[4]による粘性土を用い、構成則・各パラメータは文献より与えた。以上よりユニットセルの弾性材料の形状・体積比・配置の違いの違いが全体構造物の各要素にどのような影響をおよぼすかを考察する。

(解析条件：強制変位１% (要素9), 初期応力 0.7MPa)

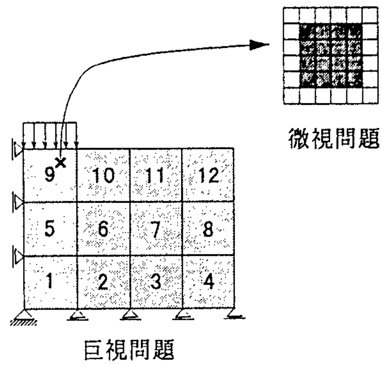
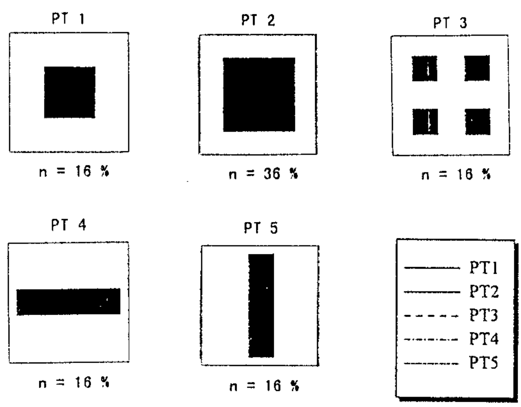
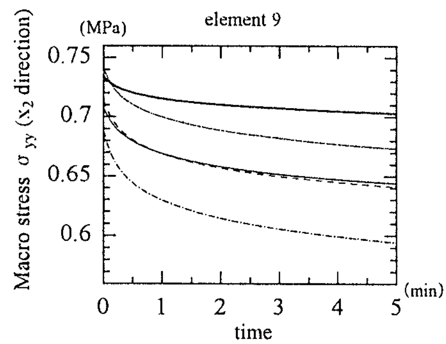
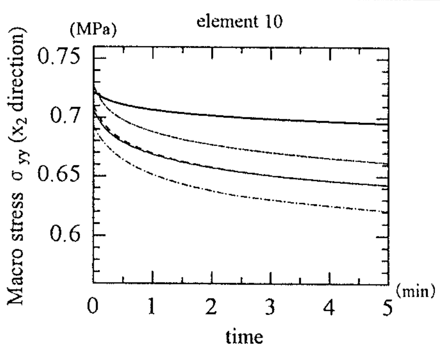


図２　解析モデル







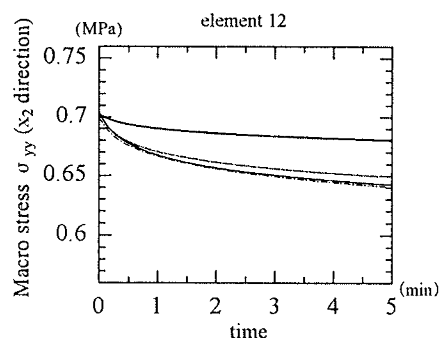


図３　応力応答曲線

4. まとめ

不均質な周期性を持つ複合材料に対し均質化法を適用し、微視的構造を反映したマクロな応力緩和挙動について解析例を示した。図3からも微視的構造によって応力の出方や緩和傾向が異なることが観察される。今後は鉱物結晶の物性を支配する構成則の決定により岩質材料への均質化法の適用が望まれる。

参考文献

1) P.Perzyna: The Constitutive Equaiton for Work-Hardring and Rate Sensitive Materials; Proc.of Vibration Problems, Warsaw, 1963
2) E.Sanchez-Palencia: Non-homogeneous media and vibration theory; Lecture notes in phisics, Springer-Verlag, 1980
3) Jian-Guo Wang: A Homogenization Theory for Geomaterials,Nonlinear Effect and Water Flow ; Doctoral thesis in Nagoya Univ.,1996
4) Toshihisa Adachi,Fusao Oka: Mathematical structure of an overstress elasto-viscoplastic model for clay ; Soils and Foundations, Vol.27,No3,1987