

## III - B334 ひずみ勾配依存型弾粘塑性構成式における波動特性

岐阜大学 正会員 岡二三生 岐阜大学 正会員 八嶋厚  
 岐阜大学大学院 学生会員 今江礼行 ○ 応用地質株式会社 正会員 小山彰  
 日産建設株式会社 山田晃久 (元岐阜大学大学院)  
 (元岐阜大学)

## 1.はじめに

地盤の解析的研究において、材料の特性長さを考慮でき、ひずみの局所化に対応できる理論としてひずみ勾配依存型構成式が挙げられる<sup>1)</sup>。粘塑性体積ひずみの二階空間勾配項を有する構成式の基本的特性の中で、特に波動伝播現象に焦点を絞り、ひずみ勾配依存型弾粘塑性構成式の一次元モデルを用いて分散特性解析を行い、地盤中を伝播する波動に及ぼす勾配項の影響について検討した。

## 2.一次元運動における支配方程式と安定条件

一次元運動の支配方程式として、運動方程式、構成式、粘塑性ひずみ速度の発展則を式(1)~(3)で表す。

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \rho \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = E^{-1} \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon^{vp}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \varepsilon^{vp}}{\partial t} = \mu(\sigma - a\varepsilon^{vp} + b\varepsilon^{vp^2} + c \frac{\partial^2 \varepsilon^{vp}}{\partial x^2}) \quad (3)$$

$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}$ :全ひずみ速度  $\frac{\partial \varepsilon^{vp}}{\partial t}$ :粘塑性ひずみ速度  $E$ :弾性係数  $\sigma$ :応力  $u$ :位変  $v$ :速度

$\rho$ :質量密度  $\mu$ :粘性に関する係数  $\frac{\partial^2 \varepsilon^{vp}}{\partial x^2}$ :粘塑性ひずみの二階微分(二階勾配)

$a$ :ひずみ硬化に関する材料定数  $b$ :ひずみ軟化に関する材料定数  $c$ :粘塑性ひずみ勾配に関する材料定数

式(3)を線形化して、

$$\frac{\partial \varepsilon^{vp}}{\partial t} = \mu(\sigma + d\varepsilon^{vp} + c \frac{\partial^2 \varepsilon^{vp}}{\partial x^2}) \quad (4)$$

$d$ は $-a+2b\varepsilon^{vp}$ に相当するので、パラメーター $d$ は負の場合が粘塑性ひずみ硬化、正の場合が粘塑性ひずみ軟化に対応する。

調和波を式(5)で表す( $k$ :波数,  $\omega$ :角振動数)。

$$\tilde{v} = v^* \exp(i\omega t + ikx), \quad \tilde{\sigma} = \sigma^* \exp(i\omega t + ikx), \quad \tilde{\varepsilon}^{vp} = \varepsilon^{vp^*} \exp(i\omega t + ikx) \quad (5)$$

式(5)を式(1),(2),(4)に代入して有意な解を持つ条件を考えることにより、勾配項のある場合( $c \neq 0$ )とない場合( $c = 0$ )における波数 $k$ の動的安定条件を求めることができる。

$$\left\{ \begin{array}{ll} c = 0 \text{ の時} & d \leq E \text{なる } k \text{で安定} \\ c \neq 0, d - E \geq 0 \text{ の時} & \text{常に安定} \\ & c \neq 0, d - E \leq 0 \text{ の時 } k \geq \sqrt{\frac{1}{c}(d - E)} \text{ で安定} \end{array} \right\} \quad (6)$$

## 3.解析及び考察

距離に比例する減衰を考えた調和波により、分散関係式を導く( $\alpha$ :距離減衰定数)。

$$v(x, t) = v^* \exp(i\omega t) \exp(-Ax) \quad A = (\alpha - ik) \quad (7)$$

式(7)を式(1)~(4)に代入すると、次のような分散関係式が得られる。

$$\mu c A^4 + g A^2 + f = 0 \quad g(\omega) = d - i\omega + \frac{\rho c}{E} \omega^2 \quad f(\omega) = -\frac{\rho}{E} i\omega^3 - \rho \mu \omega^2 + \frac{\rho d}{E} \omega^2 \quad (8)$$

ひずみ勾配依存型弾粘塑性構成式、粘塑性体積ひずみの二階空間勾配項

501-11 岐阜市柳戸1-1 岐阜大学 土木工学科 058-293-2416

得られた分散関係式より分散特性を検討する。表-1に解析パラメータを、図-1にCase.1、図-2にCase.2の角振動数 $\omega$ と位相速度 $C_f (= \omega/k)$ の関係、図-3にCase.1、図-4にCase.2の角振動数 $\omega$ と減衰定数 $(\alpha C_0/\omega)$ の関係を示す。

図-1、図-2においてひずみ硬化領域からひずみ軟化領域へと移る過程で、角振動数が小さいとき位相速度が小さく伝播しにくくなっている。勾配項の効果としては、図-2では勾配項の係数 $c$ に十分な大きさを与えることで位相速度を上げる効果が明らかである。また、式(6)より $c = 0$ のとき $d \geq E$ となり位相速度が弾性波速を越え不安定になるが、勾配項を導入することで安定になることが考察される。一方、図-3、図-4では、 $c \neq 0$ 安定領域で勾配項の効果により、距離減衰定数が小さくなっている。

#### 4.結論

今回行った分散解析では、ひずみ軟化過程で動的不安定となる領域でも勾配の導入により安定領域が広がること、また既に報告した<sup>2)</sup>ソリトン型の波の波動伝播解析においてみられた減衰が抑えられ、波形が整えられる効果があることと対応することが分かった。これらから分散特性においてのひずみ勾配依存型弾粘塑性構成式に含まれる勾配項の役割が明らかとなった。

#### 参考文献

1) Oka,F,H.B.Mühlhaus,A.Yashima & M.Sugito(1994):Wave propagation in the ground described by strain gradient dependent constitutive model,第9回日本地盤工学シンポジウム,Vol.3,pp301-306

2) 岡二三生、八幡厚、小山彰(1996):ひずみ勾配依存弾粘塑性体中の波動特性,第51回土木学会年次学術講演会講演概要集,3-A71 pp.142-143

表-1 解析パラメータ

	$d(kPa)$	$\mu(1/sec kPa)$	$E(kPa)$	$\rho(kPa sec^2/m^2)$
Case.1	-2500	0.1	$1.8 \times 10^4$	1.8
Case.2	25000	0.1	$1.8 \times 10^4$	1.8

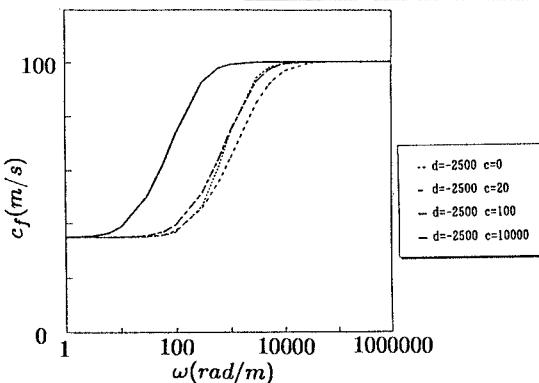


図-1 (Case.1)

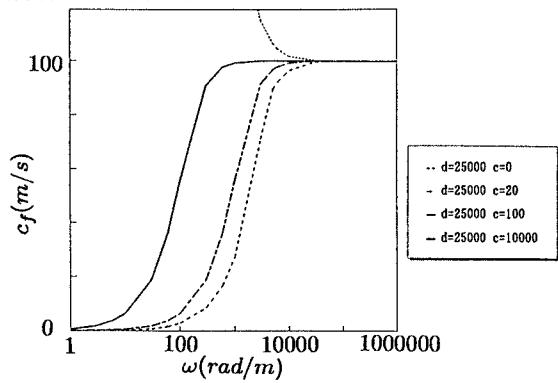


図-2 (Case.2)

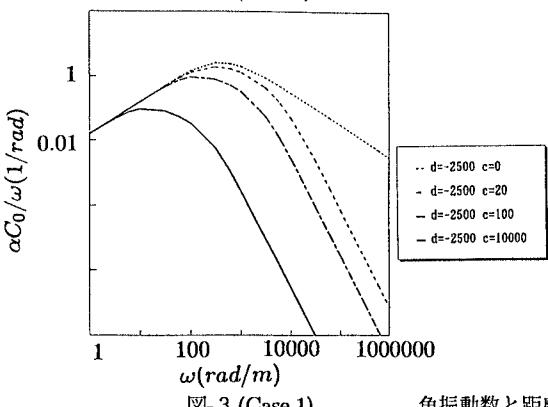


図-3 (Case.1)

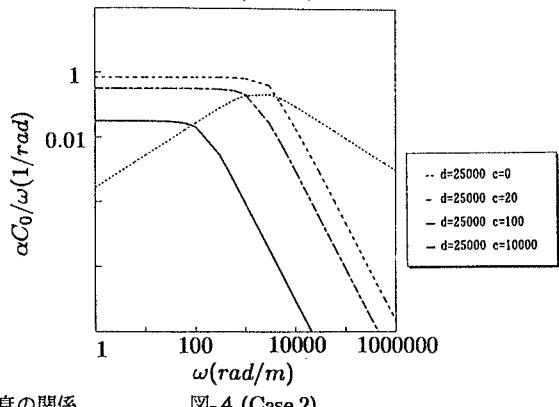


図-4 (Case.2)