

## III - A314 Manifold 法による双設空洞の弾塑性解析

鹿島建設 正会員 佐々木猛  
 京都大学 正会員 大西有三  
 鹿島建設 正会員 森川誠司  
 鹿島建設 正会員 石井大介

## 1. はじめに

岩盤内には比較的明確に観察される顕在的な不連続面である断層と節理群やクラックのように比較的潜在的でその繋がりが曖昧な不連続面が同時に存在する。これらの要素を考慮して解析する場合、前者は不連続面で構成されるブロックの集合体として解析する DDA(Shi,1989)が提案されている。DDA[1]では任意の多角形要素内のひずみ分布を一定と仮定しているため、解析領域内に不連続面が比較的少なく一つのブロックが大きくなる場合には、ブロック内で生じる応力集中などが表現できない。Manifold 法は DDA のブロックをさらに FEM メッシュ分割し、FEM のような連続体モデルと DDA のような不連続体モデルを同時に解析する手法である。本論文では、Manifold 法の概要と双設空洞の弾塑性解析例について述べる。

## 2. 解析理論の概要

Manifold 法[2],[3]では不連続面を含む物理ブロックに対して、不連続面の境界で分離できるような有限被覆(finite covers)と呼ばれる変形を規定する形状関数を重ね合わせて系全体の変形を表し、これらに接触の条件を加えて離散化し釣り合い方程式を動的に解いて行く手法である。有限被覆の関数は次のように定義される。

$$F(x, y) = \sum_{i=1}^n w_i(x, y) f_i(x, y) \quad (1)$$

ここに、 $w_i(x, y)$ ：重み関数、 $f_i(x, y)$ ：変位形状関数、 $x, y$ ：座標である。

重み関数には次の性質を与える。すなわち、物理領域と重なっている場合にはある値を持ち、これらが重ならない場合にはゼロとする。

$$w_i(x, y) \geq 0 \quad (x, y) \in U_i \quad (2) \quad w_i(x, y) = 0 \quad (x, y) \notin U_i \quad (3)$$

有限被覆の重複している部分の重みの総和を 1 とする。

$$\sum_{(x, y) \in U_j} w_j(x, y) = 1 \quad (4)$$

通常の連続体の FEM では、式(3)の条件が現れず、物理領域と数学領域が一致している。また、DDA は 1 ブロックに 1 被覆が課せられている特別の場合であり、Manifold 法は FEM と DDA[1]を含む一般化された手法と言える。また、式(3)の意図は物理ブロックの形状に左右されない標準の数学メッシュの使用にある。以下に形状関数に最も簡単な三角形要素を用いた場合の例について述べる。

形状関数に三角形要素を用いた場合は FEM と同様に、式(5)の一定ひずみ要素となる。

$$u = a_1 + a_2 x + a_3 y, \quad v = b_1 + b_2 x + b_3 y \quad (5)$$

ここに、 $u$ :  $x$  方向変位、 $v$ :  $y$  方向変位、 $x, y$ : 座標である。三角形要素の各節点の  $x, y$  変位を式(6)で表す。

$$\{D_i\} = \{u_1 \ v_1 \ u_2 \ v_2 \ u_3 \ v_3\} \quad (6)$$

これらから要素内の任意点の変位は式(7)で表される。

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 & 0 & f_2 & 0 & f_3 & 0 \\ 0 & f_1 & 0 & f_2 & 0 & f_3 \end{bmatrix} \{D_i\} = [T_i] \{D_i\} \quad (7)$$

以上の関係を用いて要素の剛性マトリックスはポテンシャルエネルギー最小化原理を用いて式(8)で表す。

$$[k_{rs}]_{ii} = \frac{\partial^2 \Pi_e}{\partial d_{ri} \partial d_{si}} = \frac{S^e}{2} \frac{\partial^2}{\partial d_{ri} \partial d_{si}} \{D_i\}^T [E] \{D_i\} = S^e [B_r]^T [E] [B_s] \quad r, s = 1, 2, 3 \quad (8)$$

ここに、 $S^e$  は物理要素の面積、 $[E]$  : 応力-ひずみマトリックス、 $[B_s]$  : 要素ひずみマトリックスである。

ここで、要素の積分が物理ブロック単位で行われ、式(2)、(3)の条件が課せられることが通常の FEM と異なる。

---

キーワード：岩盤不連続面、地下空洞、弾塑性、有限要素法

〒107 東京都港区元赤坂 1-2-7 TEL 03-3746-7101 FAX 03-3746-7131

また、ブロックの接触部は DDA と同様にペナルティ法を用いて最小二乗的に貫入エネルギーがゼロになるように収束させる。以上から Manifold 法の解析手順は、a)不連続面のブロックモデル(物理メッシュ)を作成する。b)物理メッシュ上に定形の数学メッシュを重ね合わせる。c)不連続面間の数学メッシュを複数与え、不連続面上でジョイント要素と同様に節点が重複するようにする。d)数学メッシュ上で各要素の剛性を重ね合わせる。その場合、要素の積分は物理メッシュ上で行う。e)これらを式(9)のように運動方程式として解く。

$$M \ddot{u}^{t+\Delta t} + C \dot{u}^{t+\Delta t} + K u^{t+\Delta t} = R^{t+\Delta t} \quad (9)$$

ここに、 $M$ ：質量マトリックス、 $C$ ：減衰マトリックス、 $K$ ：剛性マトリックス、 $R$ ：外力マトリックス、 $\ddot{u}$ ：節点加速度、 $\dot{u}$ ：節点速度、 $u$ ：節点変位、 $t$ ：任意時刻、 $\Delta t$ ：時間刻みである。

### 3. 双設空洞の弾塑性解析例

解析例として縦 18m、横 12m の空洞を不連続面が存在する岩盤内に建設することを想定した。図-1 の太線は物理メッシュであり、その上に正三角形の数学メッシュを被せている。解析領域に空洞の形状、不連続面の座標、領域の分割数を入力し、図-1 のように自動的に正三角形要素の数学メッシュが生成される。数学メッシュと物理メッシュが重ならない部分を整理し、本モデルでは最終的に要素数 2231、節点数 1487 となった。降伏条件として Drucker-Prager の関連流れ則を用いた。境界条件は、側方と下辺に弾性体のダミーブロックを付加( $E=10\text{GPa}$ ,  $\nu=0.25$ )し、鉛直及び水平のローラー条件を模擬している。弾塑性解析領域の物性は、 $E=1\text{GPa}$ 、 $\nu=0.25$ 、粘着力=0.5MPa、内部摩擦角=40°、降伏後の加工硬化係数=10MPa、不連続面の摩擦角=10°、せん断バネ  $K_s=10\text{MPa}$ 、不連続面間の貫入を制御するペナルティは 100GPa とした。荷重条件として各要素に自重を与え、初期応力が空洞中心付近で 1MPa になるように設定した。時間刻みを 0.1 秒とし準静的条件で 20 ステップの計算を行った。図-2 は 20 ステップ目の主応力分布及び塑性領域を示す。主応力は不連続面の影響を強く受けしており塑性領域は 10 ステップ目から徐々に進展し、空洞周辺の不連続面付近で集中的に発生している。

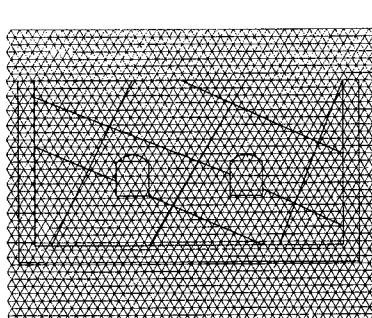


図-1 物理メッシュと数学メッシュ

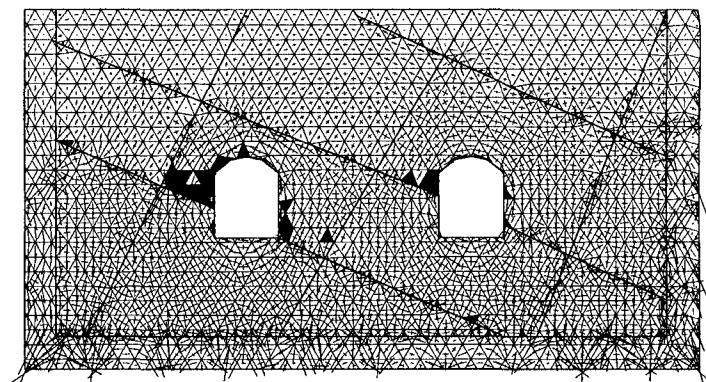


図-2 主応力分布及び塑性領域

### 4. むすび

Manifold 法の特徴として、物理メッシュと数学メッシュが独立に設定していることから、不連続面の位置、空洞の配置、離間距離の相互影響の検討、メッシュサイズの粗密による結果への影響の検討などが自動要素生成機能により容易に行える。また、基本的には FEM であるため、各種の構成則が同様に導入可能である。今回は双設空洞の弾塑性解析を実施し、要素分割数が結果に与える影響を検討した。塑性領域の分布はメッシュ分割と不連続面の位置に依存しており、実用的には本例題程度の細かな要素分割が必要と思われる。今後はロックボルトなどの支保機能の開発を行い、種々の実際の問題を例として適用性の検討を進める予定である。

### 参考文献

- 1)Shi, G. H. : Block system modeling by Discontinuous Deformation Analysis, Univ. of California, Berkeley, Dept. of Civil Eng. August, 1989
- 2)Shi, G. H. : Manifold method of material analysis, Trans. 9th Army Conf. on Appl. Math. and Comp., Rep. No. 92-I. U.S.Army Res. Office, 1991
- 3) 大西、佐々木 :Manifold による岩盤工学への適用性検討、計算工学会、第 1 回計算工学講演会論文集、pp.901~904, 1996