

Ⅲ - A312

強度異方性岩盤材料に関する降伏関数と材料パラメータの決定方法

法政大学大学院 学生会員 高橋 寛
 法政大学 正会員 草深 守人
 法政大学 高桑 良輔
 法政大学 厚川 祐二
 法政大学 片岡 直之

1.はじめに： 近年、ダムの基礎岩盤となる長大斜面の掘削や地下発電所空洞の掘削において、岩盤の強度異方性の岩盤をどのようにモデル化し、構成方程式で表現するかが重要な問題となっている。そこで、1) 静水圧に依存する強度異方性材料の一般化降伏関数と材料の諸定数の決定方法、2) 人工の異方性積層岩盤材料の作成、および、1) の項目で提案する降伏関数との妥当性について検討することを目的とした。

2.強度異方性材料の降伏関数の提案： 直交異方性材料の3つの主軸方向に対する一軸圧縮強度をそれぞれ σ_{1u} 、 σ_{2u} 、 σ_{3u} とし、主応力軸をこの材料主軸に一致させ考える（図1）。これらの一軸圧縮強度によって作られる $\triangle ABC$ は、等方性材料の場合は静水圧軸と直交するが、異方性材料では直交しない。このため、異方性材料に対する降伏曲面を材料試験によって決定するには、最小限3つの材料主軸方向に対し、同一の静水圧応力状態での試験が必要となる。しかしこれは、おそらく完全に独立した3方向の応力を制御した三軸試験装置が必要であり、このような試験は一般的でなく、かつ試験装置も不完全であるのが実状である。

そこで、今日一般的に利用されている軸対称三軸試験より得られる強度について次のような仮定を認めることとした。仮定：軸対称三軸試験において任意の等しい拘束圧 P に対する3つの材料主軸方向の破壊時の応力（ $\sigma_i = q_i$ $\sigma_j = \sigma_k = P$ ($i, j, k = 1, 2, 3$)) が作る平面を考えると、異なる P の値に対して作られる全ての平面は互いに平行である。この仮定から、一軸圧縮強度から得られる図1の $\triangle ABC$ は、拘束圧 $P \neq 0$ の場合の三軸圧縮強度が作る平面と平行でなければならない。

ここでは、このような平面を等方性材料に対する π 平面に対して $\hat{\pi}$ 平面と呼ぶこととし、 $\hat{\pi}$ 平面に対する法線ベクトルを $\hat{n}(\hat{n}_1, \hat{n}_2, \hat{n}_3)$ とする。

原点より一軸圧縮強度に対する $\hat{\pi}$ 平面までの距離は、材料主軸方向の一軸圧縮強度をそれぞれ σ_{1u} 、 σ_{2u} 、 σ_{3u} とおくと、

$$h = \sigma_{1u}\hat{n}_1 = \sigma_{2u}\hat{n}_2 = \sigma_{3u}\hat{n}_3 \quad (1)$$

となる。

さらに、 $\triangle ABC$ の面積を S とし、 $\triangle OBC$ 、 $\triangle OAC$ 、 $\triangle OAB$ の面積を S_1 、 S_2 、 S_3 とすると、

$$S_i = \frac{1}{2}\sigma_{ju}\sigma_{ku} \quad (i, j, k = 1, 2, 3) \quad (2)$$

と表わせ、

$$\hat{n}_i = \frac{S_i}{S} = \frac{1}{2S}\sigma_{ju}\sigma_{ku} \quad (i, j, k = 1, 2, 3) \quad (3)$$

という関係が得られる。

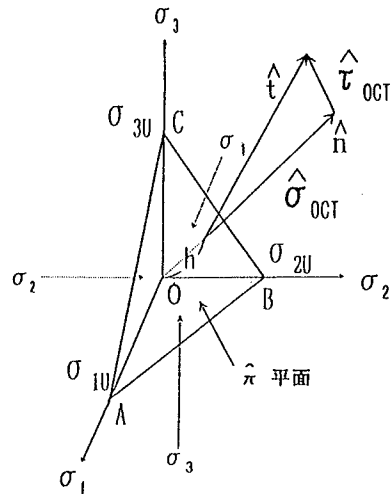


図1: 主応力空間で仮定した $\hat{\pi}$ 平面

表1: 既存の代表的な降伏関数との比較

静水圧非依存型降伏関数	
vun Mises (等方性)	$\alpha = 0$ $\hat{n}_1 = \hat{n}_2 = \hat{n}_3$
Hill (異方性)	$(\hat{n}_1\hat{n}_2)^2 = b_1$ $(\hat{n}_2\hat{n}_3)^2 = b_2$ $(\hat{n}_3\hat{n}_1)^2 = b_3$ $\alpha = 0$
静水圧依存型降伏関数	
Drucker-Prager (等方性)	$\alpha \neq 0$ $\hat{n}_1 = \hat{n}_2 = \hat{n}_3$
Pariseau (異方性)	$(\hat{n}_1\hat{n}_2)^2 = b_1$ $(\hat{n}_2\hat{n}_3)^2 = b_2$ $(\hat{n}_3\hat{n}_1)^2 = b_3$ $\alpha\hat{n}_1^2 = a_1$ $\alpha\hat{n}_2^2 = a_2$ $\alpha\hat{n}_3^2 = a_3$

Key Words: 異方性, 降伏関数, 材料パラメータ, 構成方程式, 八面体応力

連絡先: 〒184 東京都小金井市梶野町3-7-2 法政大学工学部 TEL 0423-87-6288

次に、異方性材料の降伏関数 f を先に定義した $\hat{n}$ 平面上で表わすものとし、次式の表現を考える。

$$f = \hat{\tau}_{oct} - \alpha \hat{\sigma}_{oct} - \kappa = 0 \quad (4)$$

ここに、 $\hat{\sigma}_{oct}$ と $\hat{\tau}_{oct}$ は、図1に示した主応力空間中の任意の応力状態 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ を単位ベクトル $\hat{n}(\hat{n}_1, \hat{n}_2, \hat{n}_3)$ 方向の成分（八面体垂直応力 $\hat{\sigma}_{oct}$ ）とそれに直行する方向の成分（八面体せん断応力 $\hat{\tau}_{oct}$ ）に分解したものである。このとき、 $\hat{\sigma}_{oct}$ の大きさ $\hat{\sigma}_{oct}$ および $\hat{\tau}_{oct}$ の大きさ $\hat{\tau}_{oct}$ はそれぞれ次式のように導くことができる。

$$\hat{\sigma}_{oct} = \sigma_1 \hat{n}_1^2 + \sigma_2 \hat{n}_2^2 + \sigma_3 \hat{n}_3^2 \quad (5)$$

$$\hat{\tau}_{oct}^2 = \hat{n}_1^2 \hat{n}_2^2 (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \hat{n}_2^2 \hat{n}_3^2 (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + \hat{n}_3^2 \hat{n}_1^2 (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \quad (6)$$

よって、降伏関数 f は式 (4) に式 (5)、(6) を代入することにより次式のように表現することができる。

$$f = \sqrt{(\hat{n}_1 \hat{n}_2)^2 (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\hat{n}_2 \hat{n}_3)^2 (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\hat{n}_3 \hat{n}_1)^2 (\sigma_3 - \sigma_1)^2} - \alpha (\hat{n}_1^2 \sigma_1 + \hat{n}_2^2 \sigma_2 + \hat{n}_3^2 \sigma_3) - \kappa = 0 \quad (7)$$

ここに、 α および κ は材料パラメータであり、 $\hat{n}_1$ 、 $\hat{n}_2$ 、 $\hat{n}_3$ もまた、異方性を表現する材料パラメータとなりうるということがわかる。さらに、この降伏関数 f はこれらの材料パラメータの扱いによって、表1のように既存の代表的な降伏関数に一致させることが可能であることがわかる。

3. 材料定数の決定方法： 上記で提案した降伏関数の材料パラメータを、ごく一般的に実務レベルで使用されている軸対称の一軸・三軸圧縮試験のみによって評価する方法を考える。

まず、材料主軸と主応力軸を一致させた一軸圧縮試験を実施し、各材料主軸方向の一軸圧縮強度 $(\sigma_{1u}, \sigma_{2u}, \sigma_{3u})$ を求め、これらの値を用いて式 (3) に従って材料定数 $(\hat{n}_1, \hat{n}_2, \hat{n}_3)$ を評価する。

次に、材料主軸3方向の三軸圧縮試験をいくつかの拘束圧 P に対して実施し、三軸圧縮強度 $(\sigma_{1T}, \sigma_{2T}, \sigma_{3T})_P$ の組を準備する。これらの三軸圧縮強度のデータを用いて、式 (5) および式 (6) によって $\hat{\sigma}_{oct}$ 、 $\hat{\tau}_{oct}$ を求め、これらを $\hat{\sigma}_{oct} - \hat{\tau}_{oct}$ 図上にプロットし、式 (4) の勾配 α および定数項 κ を評価する。

4. 実験的考察と検証： 実験に用いた供試体は、 (σ_1, σ_2) 平面内で異方性を示し、 (σ_2, σ_3) 平面内では等方性を示す二軸直交異方性材料である（図2）。図3は $\hat{\sigma}_{oct}$ と $\hat{\tau}_{oct}$ の実験値を式 (7) の降伏曲面の子午線と比較したものであり、この図より明らかに $\hat{\sigma}_{oct} - \hat{\tau}_{oct}$ の関係は直線関係にある事が分かった。このことから明らかに、 $\hat{n}$ 平面は $\hat{\sigma}_{oct}$ 軸に沿って平行移動するとする仮定が許容できるものと考えられる。以上の考察より、式 (7) の降伏関数を組み立てるにあたって仮定した $\hat{n}$ 平面の平行条件が実験的に確認され、本実験の範囲内ではあるがこの降伏関数の妥当性が示された。また、これらのパラメータは、一軸圧縮試験および三軸圧縮試験から容易に評価できることが明らかとなった。

5. あとがき： 本研究では、強度異方性降伏関数の一般形を示し、かつ既に利用されている主要な降伏関数とその特別な形として表現できることを明らかにした（表1）。

さらに、提案した降伏関数が実験結果をよく表現しうることを示すと同時に、必要な材料パラメータが従来から広く利用されている軸対称一軸・三軸圧縮試験によって、評価できることを示した。

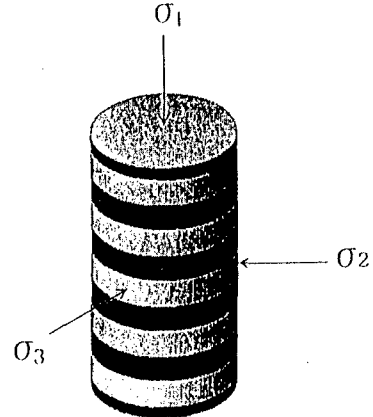


図2: 主応力軸と材料主軸を一致させた圧縮試験

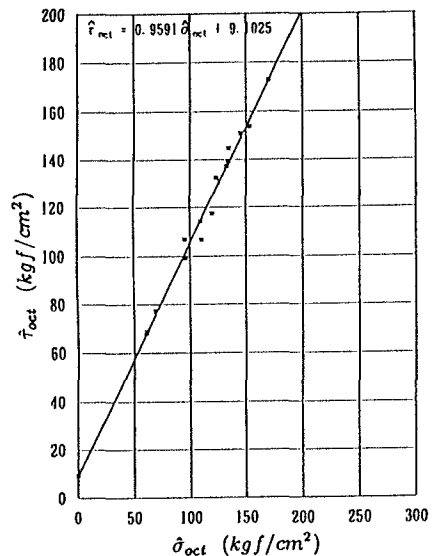


図3: 実験値と降伏曲面の子午線との比較

[参考文献] [1] W.F.Chen and D.J.Han : *Plasticity for Structual Engineers*, springer-Verlag, New York, 1988