

Ⅲ - A206 ABIC と拡張カルマンフィルタを用いた圧密沈下の逆解析に関する一考察

清水建設（株） 和泉研究室 正会員 ○奥野哲夫
同上 正会員 鈴木誠

1.はじめに 現場計測結果から地盤内部の情報を抽出する一つの道具として逆解析の利用が考えられる。しかし、それぞれの問題の特殊性から必要な情報が必ずしも適切に得られるとは限らず、逆問題として捉えた場合、これは非適切問題に帰着する場合が多い。圧密現象を例にすると、弾性係数と透水係数を同時に推定するような場合に顕著な非適切性 (ill-posedness) が現れる。ここでは簡単なモデルで圧密現象を表し、弾性係数と透水係数の推定に ABIC (Akaike Bayesian Information Criterion) と拡張カルマンフィルタを適用して検討を行った結果を報告する。

2.逆解析手法 図-1の圧密解析の基礎方程式の枠組みから弾性係数と透水係数を同時に推定する場合に非適切性が生じることを説明する。図において、境界条件が与えられた状態で変位（ひずみ）と間隙水圧を観測して弾性係数と透水係数を推定する場合、ひずみと間隙水圧の関係は2つのルートで関係付けられる。すなわち、(1) 有効応力に基づく応力-ひずみ関係（構成則）と、(2) ダルシー則から連続条件式を介してひずみを規定する2つのルートである。この2つのルートに、それぞれ弾性係数と透水係数が介在する。このため計測される変位（ひずみ）と間隙水圧を満たす弾性係数と透水係数の組み合わせは無数存在し、解の唯一性がない。このような状況を回避するには一方を固定（仮定）した条件の下で、他方を推定することになる。これは一種の制約条件と捉えることもできる。また、一方を完全に確定しないまでも確率論的に事前情報が利用されることも多い。著者らは事前情報を利用した推定手法として、地下水逆問題に対して ABIC と拡張カルマンフィルタを用いた逐次推定法に関して検討を行ってきた^{2),3)}。ここではこの推定手法を圧密問題に応用することとし、有限要素法に基づく予測解析（1期先予測）には"DACSAR"⁴⁾を用いた。

推定手法の詳細は参考文献^{1),2),3)}に準じ、以下には拡張カルマンフィルタの状態方程式のみを示す。なお、弾性係数は応力-ひずみ関係において各微小増分に対応した接線弾性係数であり、ポアソン比は既知とする。

$$x_{t+1} \equiv \begin{Bmatrix} u_{t+1} \\ h_{t+1} \\ E_{t+1} \\ L_{t+1} \end{Bmatrix} = f_t(x_t) + \alpha \cdot w_t \equiv \begin{Bmatrix} f_t^u(x_t) \\ f_t^h(x_t) \\ E_t \\ L_t \end{Bmatrix} + \alpha \cdot \begin{Bmatrix} w_t^u \\ w_t^h \\ w_t^E \\ w_t^L \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここで u_{t+1} , h_{t+1} , E_{t+1} , L_{t+1} はそれぞれ時刻 $t+1$ ステップの未知沈下量、未知間隙水圧、弾性係数の常用対数値、透水係数の常用対数値で、このうち u_{t+1} , h_{t+1} が有限要素解析により求められる。また、 α はシステム誤差 w_t を規定する係数である。

さて、ABIC は情報量統計学に基づくモデル選定の規範で以下の式で定義され、この値が小さいほどよいモデルと判断される。ここでは拡張カルマンフィルタの時系列データ処理と同時にバイズ尤度を算定する手法を用いた^{2),3)}。超パラメータは未知パラメータを規定するパラメータであるが、著

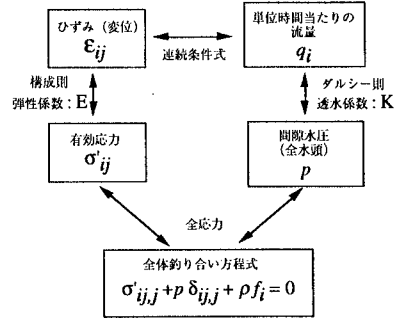


図-1 圧密解析における基礎方程式の枠組み

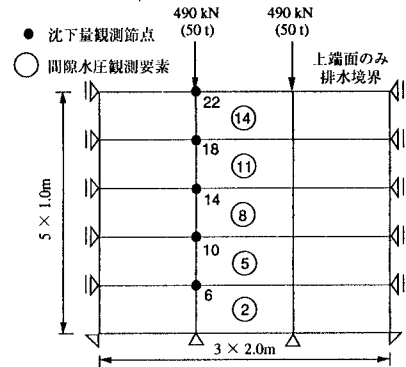


図-2 解析モデル

表-1 弾性係数と透水係数の真値

弾 性 係 数 (MPa)	88.95
透 水 係 数 (m/day)	8.64×10^{-4}

表-2 カルマンフィルタの各種分散の設定
(共分散は全て 0.0 に設定)

	沈下量 (m^2)	間隙水圧 (MPa^2)	対数弾性係数 (MPa 単位の 常用対数値)	対数透水係数 (m/day 単位の 常用対数値)
推定誤差分散 の初期値	1.0×10^{-2}	3.8×10^{-6}	2.5×10^0	2.5×10^{-4}
システム誤差 分散	1.0×10^{-2}	3.8×10^{-6}	2.5×10^{-1}	2.5×10^{-4}
観測誤差 分散	1.0×10^{-4}	3.8×10^{-8}	2.5×10^{-1}	2.5×10^{-4}

キーワード：圧密、逆解析、カルマンフィルタ、赤池バイズ情報量規準、弾性係数、透水係数

連絡先：〒100 東京都千代田区内幸町2-2-2 富国生命ビル27F, TEL: 03-3508-8101, FAX: 03-3508-2196

者らは予測モデルの誤差（システム誤差）を規定するパラメータ α と解釈した手法を用いている。

$$ABIC = -2\log(\text{Bayesian likelihood}) + 2(\text{number of hyperparameters}) \quad (2)$$

3. 解析モデルと推定条件 解析モデルは図-2に示す2次元モデルである。荷重は初期に瞬間荷重されるものとし、図中に示す5節点の沈下量と5要素の過剰間隙水圧が時系列データとして観測されるものとする。簡単のため均一な線形弾性材料を仮定し、設定した真の弾性係数と透水係数を表-1に示す。この設定の下で順解析より得られる沈下量と過剰間隙水圧を求め、それに乱数を用いて若干の観測誤差を付加したものを模擬観測データとした。また、透水係数を変えた以下の2種類のケースにおいて、それぞれ観測値が得られる各時刻に透水係数も毎回観測値として利用する。これは一種の制約条件であり、事前情報として透水係数の概ねの値が得られている場合、ある範囲で透水係数の異なるモデルを設定してその中から最適なものを選定することに相当する。

以下の推定ではカルマンフィルタで必要になる各値を表-2のように設定した。このうち、システム誤差分散は最適値となるよう超パラメータ α を乗じて調整される。

4. 推定結果と考察 弾性係数を推定するに当たり、初期値はいずれも真値の3倍の値から推定を開始するものとした。また透水係数の事前情報として、真値が得られている場合（CASE-A）と真値の2倍の値が得られている場合（CASE-B）を想定した。このそれぞれに対して、超パラメータ α を変えた逆解析を行って得られたABICを図-3に示す。これは152日までの推定で得られたABICであり、図より真の透水係数を設定したCASE-Aにおいて $\alpha=0.4$ でABICが最小になり、CASE-Bの最小値より小さいことからCASE-Aの方がよいモデルであることが判断される。

CASE-Aにおいて、 $\alpha=0.4$ と $\alpha=2.0$ の場合に得られた沈下量と過剰間隙水圧の推定値を図-4、5に示す。両者とも沈下量と過剰間隙水圧の推定値を見る限り共に観測値に追従したよい推定結果が得られており、この結果のみから推定の良し悪しの判断は困難である。次に、同じくCASE-Aの $\alpha=0.2, 0.4, 2.0$ の3ケースに関して接線弾性係数比（推定値/真値）を図-6に示す。初期値から数ステップで変化が現れ、若干の変動は見られるもののABICが最小値を示す $\alpha=0.4$ では真値によく一致した結果が得られている。この微小変動は接線弾性係数が過剰間隙水圧の消散に伴う応力-ひずみ関係の微小増分から推定されるためと考えられるが、フィルタリングによりこの程度に抑えられている。以上よりABIC最小化規準による透水係数の選定と弾性係数の推定が良好に行われることが確認される。

5. おわりに 圧密解析における弾性係数と透水係数の推定を対象に、ABICと拡張カルマンフィルタを用いた推定シミュレーションを示した。その結果、事前情報などから透水係数を設定したいいくつかのモデルを準備し、それらを対象にABIC最小化規準に基づく透水係数の選定と弾性係数の推定が可能になる。ここでは線形弾性モデルを用いた簡単な検討のみ示したが、接線弾性係数が推定可能なことからその変化を捉えることで非線形な地盤挙動を対象とした施工管理や、地盤改良で重要になる透水係数の評価に利用できるものと考えられる。

参考文献 1) 奥野哲夫, 鈴木誠: 不圧地下水を対象とした拡張カルマンフィルタによる透水係数の空間分布推定法, 土木学会論文集, No.469, pp.93-102, 1993. 2) 奥野哲夫, 鈴木誠: ABICを基礎とした拡張カルマンフィルタによる最適な地下水解析モデルの推定, 土木学会第51回年次学術講演会, 共通セッション, pp.48-49, 1996. 3) 奥野哲夫, 鈴木誠, 本城勇介: ABICと拡張カルマンフィルタを用いた最適な地下水解析モデルの推定, 土木学会論文集 (投稿中). 4) 飯塚敦: 軟弱地盤の変形・安定解析に関する基礎的研究, 京都大学学位論文, 1988.

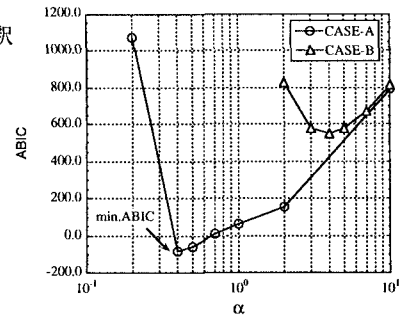


図-3 α とABICの関係（152日後の算定値）

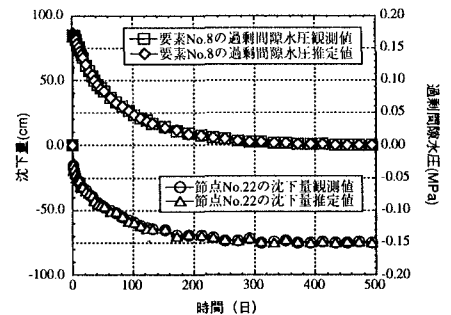


図-4 沈下量と過剰間隙水圧の時系列変化（CASE-A; $\alpha=0.4$ ）

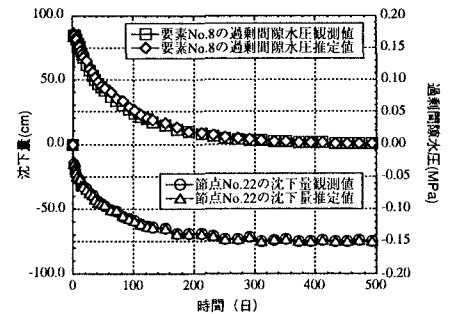


図-5 沈下量と過剰間隙水圧の時系列変化（CASE-A; $\alpha=2.0$ ）

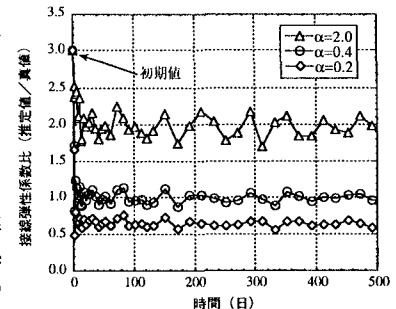


図-6 接線弾性係数の推定値の時系列変化（CASE-A; $\alpha=2.0, 0.4, 0.2$ の場合）