

Ⅲ - A54

体積変化を考慮したせん断帯生成理論

石川県庁 正会員 竹田 朗
金沢大学大学院 学正員 角田 洋
金沢大学大学院 学正員 森川嘉之
神戸大学工学部 正会員 飯塚 敦
金沢大学工学部 正会員 太田秀樹

1. はじめに

土のダイレイタンシーがせん断帯の発生、発達に関係しているらしいことが実験や解析から分かってきている^{1,2)}。せん断帯は水を吸いながら発達する。これは、せん断帯がせん断変形だけでなく、体積変形の局所化でもあることを意味する。せん断帯についての理論的な研究も行われており^{3,4,5)}、せん断帯の発生条件はすでに求められている。しかし、これは完全非排水条件に基づく理論であった。そこで本研究では、せん断帯発生時にどのような体積変化が生じるか調べた。

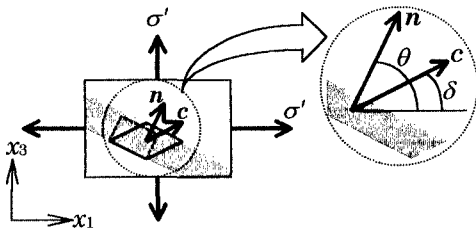


図1 せん断帯(灰色の部分)

2. せん断帯の生成条件

どのようなせん断帯が発生するかは、せん断帯の生成条件を解けばわかる。今回用いた条件式を以下に示す。

平面ひずみ非排水条件で、ある程度せん断された要素に発生するせん断帯(図1の灰色の部分)を考える。ただし、平面ひずみ条件を保ったまま、過剰間隙水圧が発達しないくらいゆっくり変形させる。せん断帯の速度勾配は $\Delta L = c \otimes n$ と表される。 Δ はせん断帯内部と外部の差を意味する。つまり、せん断帯は周りの部分よりも ΔL だけ変形が卓越する。また、 n はせん断帯の法線ベクトル、 c はせん断帯内部と外部の速度のギャップを表すベクトルである。二つのベクトルのなす角はせん断帯の体積変化を表している。膨張する時 90° 未満、体積変化しない時 90° 、収縮する時は 90° より大きくなる。

さて、せん断帯の生成条件は以下のように求められる。増分釣合式($\Delta \sigma' n = 0$)は、構成式($\Delta \sigma' = \mathcal{L} \Delta \varepsilon$)と $\Delta L = c \otimes n$ より、図2にあるように書換えられる。せん断帯が発生すれば c は0ベクトルではないはずだから、生成条件は $c \neq 0$ つまり $\det Q = 0 (Q = \mathcal{L}_{ijkl} n_j n_l)$ である。

ここで注意が必要である。 $\det Q$ は θ のみの関数であるから、 δ を求めるには条件式がもう一つ必要と

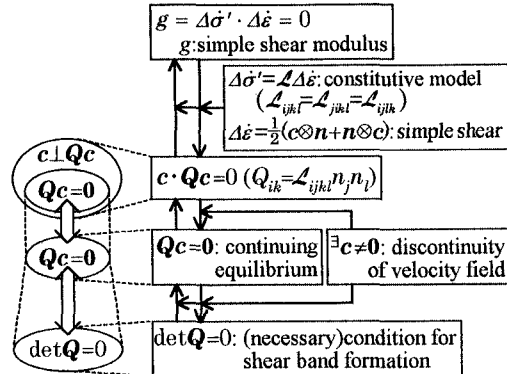


図2 二つのせん断帯生成条件の関係

なる。もう一つのせん断帯生成条件は瞬間せん断剛性 g^0 を用いて $g=0$ と表される。この条件は支配方程式(増分釣合式のこと)が放物型や双曲型になる(必要)条件として求められる。図2に示すように、これら二つの条件式は必要十分な関係にある。

3. せん断帯の発生予測

前述したように、 $\det Q$ は θ のみの関数であるから、 $\det Q = 0$ を解けばせん断帯の傾きが得られる(3図)。そしてこの結果を $g=0$ に代入して、 δ を得る(4図)。

せん断帯の発生予測には非共軸 Cam-clay モデル⁶⁾を用いた。このモデルは Cam-Clay⁶⁾モデルの塑性ひずみ増分に非共軸項

$$\frac{3A}{2p'\beta} \left(s_{ij} - \frac{3s_{ij}s_{kl}}{2q^2} s_{kl} \right)$$

を付加したものである。ただし、 s_{ij} は偏差応力、 p' は平均有効応力、 $q^2 = 3s_{ij}s_{ij}/2$ である。 β は限界応力比 M と p' 、 q を用いて $\beta = M - q/p'$ と定義される。 A は非共軸性の大きさを表すパラメータである。非共軸 Cam-clay モデルは Cam-clay モデルのいくつかのパラメータを次のように書きかえれば得られる。

$$G \rightarrow \tilde{G} = \frac{p'\beta G}{p'\beta + 3AG}, K \rightarrow \tilde{K} = \frac{p'(D-A)K}{p'(D-A) - ADK\beta}, \beta \rightarrow \tilde{\beta} = \frac{D\beta}{D-A}$$

D は柴田のダイレイタンシー係数⁷⁾、 G 、 K はそれぞれせん断剛性、体積弾性係数である。 $A=0$ のとき非共軸 Cam-clay モデルは Cam-clay モデルと一致する。

構成モデルの係数テンソル $\mathcal{L}$ は応力の関数であるから、 θ と δ の解は応力状態で変わる。応力状態によって

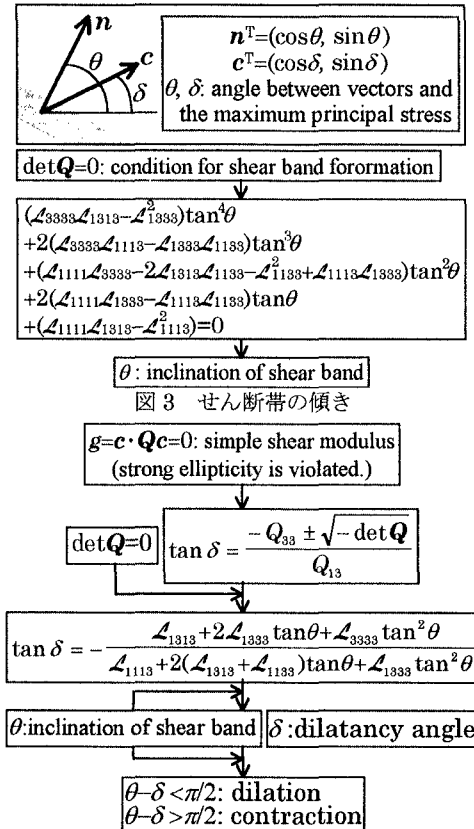


図4 せん断帯に伴う体積変化

解がどのように変わるかを示したのが図5である。横軸はすべて応力状態 β で、 $\beta=0$ が限界状態である。縦軸は上二図が θ 、下二図が $\theta-\delta$ である。また、左二図はCam-clay($A=0$)の場合、右二図は $A=0.01, 0.1$ の場合である。解は β が正の場合に部分には存在しておらず、体積収縮するような場合にはせん断帯は発生しないことを表している。やはり、体積変化を見るとほとんどの解が 0° から 90° の間に存在している。これより、せん断帯は水を吸って弱くなった部分に発生する事がわかる。また、 90° から 180° の間にも解が存在するが、水を吐き出した部分は締って強くなるだろうから、この解の示すせん断帯は発達しないと考えられる。または、物理的に意味のない解かもしれないが詳しい解釈はすんでいない。

さらに、図5を見ると、解の数は4, 2, 0の3通りであることがわかる。これは、共役なせん断帯がそれぞれ2組、1組、0組、発生することを意味している。また、解の数は支配方程式の特性を示しており、それぞれ、双曲型(解が4つ)、放物型(2つ)、楕円型(0)と呼ばれる。応力変化に対して支配方程式の数がどのように変化するかを示したのが図6である。縦軸と横軸の $X/Z, Y/Z$ は以下に示すものである。

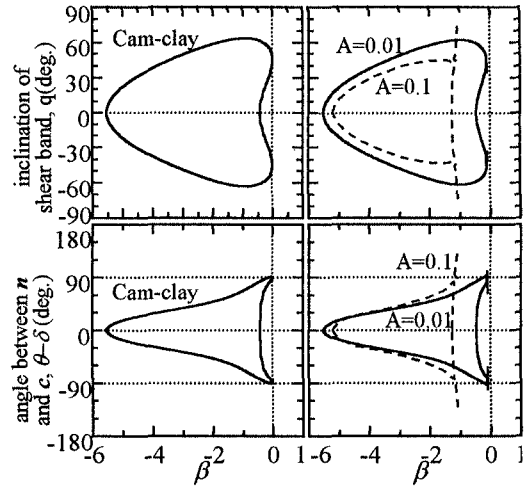


図5 せん断帯の発生予測結果

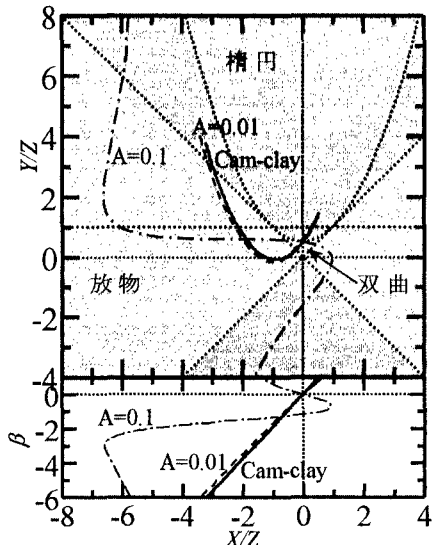


図6 支配方程式の特性変化

$$\frac{X}{Z} = \frac{\sqrt{3K\beta}}{3K+G}, \quad \frac{Y}{Z} = \frac{(K+\frac{4}{3}G)(3G+\beta^2K+\frac{G}{\beta}) - (3G^2+\beta^2K^2)}{2G(3K+G)}$$

5. 終わりに

本編では、せん断帯発生時の体積変化を求めた。解釈のすんでいない部分もあるので、もう少し詳しい考察を行いたい。

参考文献 1)A. Asaoka and T. Noda(1995), *S&F*, Vol. 35, No.1, 2)地盤の破壊とひずみの局所化(1994), 地盤工学会, 3)C. Yatomi, et al(1989), *S&F*, Vol.29, No.3, 4)R. Hill and J. W. Hutchinson(1975), *J. Mech. Phys. Solids*, Vol.23, No.4/5, 5)N. S. Ottosen and K. Runneson (1991), *Int. J. Solids Structures*, Vol.27, No.4, 6)A. Schofield and C. P. Wroth(1968), *Critical State Soil Mechanics*, McGRAW-HILL, 7)柴田 徹(1963), *防災研究所年報*, 第6号