

Ⅲ - A26

粒状体流動則における非関連性の数値シミュレーション解析

東北大学大学院工学研究科 学生会員 ○武 建勲
 同上 正 会員 岸野 佑次
 同上 正 会員 京谷 孝史

1. はじめに

Bardet¹⁾ は個別要素法を用いて増分型構成則の検討を行った。これを参考にして、著者らは粒状要素法²⁾を用いて弾塑性論の適用性について検討を行った。ここでは特に流動則の検討結果について述べる。

2. 粒状体モデルと試験方法

粒状体モデル（図-1）の領域の形状はほぼ円形で、構成粒子は粒径が0.5-1.0cmの範囲で一様に分布する395個の円形粒子であり、この中、周辺に配置された境界粒子の数は72個である。接触点における法線及び接線方向のバネ定数はそれぞれ1000 kgf/cm、700 kgf/cm、摩擦角は25°とした。載荷試験は応力制御により行った。図-2の主応力空間に2 kgf/cm²まで等方圧縮して得られたA点からの載荷経路 Lp, Lq, Lt, Ll, Lr を示す（主軸1, 2の方向はいずれもx, y方向）。また図-3にLp載荷経路の載荷曲線（ $q/p = (\sigma_2 - \sigma_1)/(\sigma_2 + \sigma_1)$, $\gamma = \sqrt{(\epsilon_x - \epsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2}/4$ ）を示した。図-2, 3にプローブ試験点 p30, p90 を○印で示す。

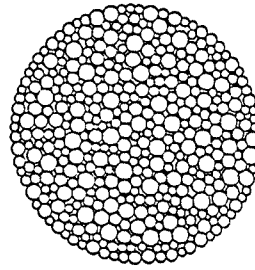


図-1 粒状体モデル

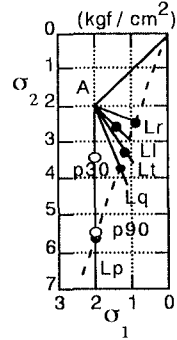


図-2 載荷経路と遷移線（破線）

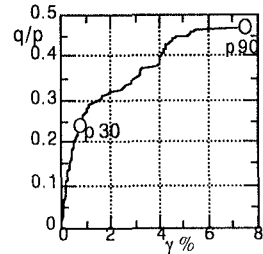


図-3 Lp上の応力ひずみ関係

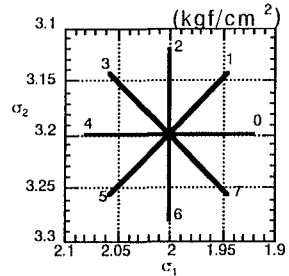


図-4 p30点のプローブ試験

同じ供試体に様々な方向に応力増分を与えて、それに対応するひずみ増分応答を求める試験をプローブ試験と称する。Bardet¹⁾も同様のプローブ試験を行っているが、本研究のプローブ試験に比べて制御の精度が良くないため、明確な結論が出されていないように思われる。

プローブ試験は、同じ試験点から出発して、応力空間における45°間隔の8方向に絶対値の等しい応力増分 $\Delta\sigma$ を与える一連の載荷・除荷試験より成る。載荷後のひずみ増分を $\Delta\epsilon = \Delta\epsilon^e + \Delta\epsilon^p$ と置く。ここに、 $\Delta\epsilon^e$ と $\Delta\epsilon^p$ は、弾性、塑性ひずみ増分を表す。除荷後に塑性部分 $\Delta\epsilon^p$ が残るので、弾性ひずみ増分は $\Delta\epsilon^e = \Delta\epsilon - \Delta\epsilon^p$ と計算される。

3. 弾塑性挙動の考察

(1)p30における弾塑性挙動

図-4にp30からのプローブ試験経路を示す。その応答を図-5, 6に示す。 $\Delta\epsilon^e$ の応答は原点について対称な楕円（長軸の傾き-45°）上に分布し、 $\Delta\epsilon^p$ の応答は除荷方向（2, 3, 4, 5）では零、載荷方向（0, 1, 6, 7）では全て約-45°の方向に分布する（流動方向ベクトルを m で示す）。

図-6に示されるように、p30試験点の4つの載荷方向（0, 1, 6, 7）の $\Delta\epsilon^p$ の方向（ m ）はほぼ-45°方向である。塑性論によれば、 $\Delta\epsilon^p$ の大きさは応力増分が降伏曲面の外向き法線（ n ）への投影（図-7）に比例して生じる。すなわち、

$$l_i \propto \Delta\sigma \cos(\theta_i - \beta) \propto \cos(\theta_i - \beta) \quad (i = 0, 1, 6, 7) \quad (1)$$

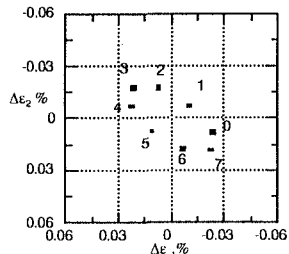


図-5 p30点の弾性ひずみ増分

Keyword: Granular material, Granular Element Method, Constitutive law, Probe test, Elastoplasticity

〒980-77 仙台市青葉区荒巻字青葉東北大学大学院工学研究科土木工学専攻 TEL 022-217-7421 FAX 022-217-7423

または、比例定数 r を導入して、以下の等式が成立する。

$$l_i = r \cos(\theta_i - \beta) \quad (i = 0, 1, 6, 7) \quad (2)$$

ここに、 l_i は載荷方向 i に対する塑性ひずみ増分の大きさであり、

$$l_i = |\Delta \epsilon_i^p| = \sqrt{(\Delta \epsilon_{1i}^p)^2 + (\Delta \epsilon_{2i}^p)^2} \quad (i = 0, 1, 6, 7) \quad (3)$$

と定義される。 θ_i は対応する応力増分の方角を表し、

$$\theta_0 = 0^\circ, \theta_1 = 45^\circ, \theta_6 = -90^\circ, \theta_7 = -45^\circ$$

である。また、 β は n の方向角である。式 (2) の関係に最も適合するように、最小二乗法によって比例定数 r 及び β を定めるために次の二乗誤差式を導入する。

$$S = \sum_{i=0,1,6,7} (l_i - r \cos(\theta_i - \beta))^2 \quad (4)$$

二乗誤差が最小となるための必要条件式

$$\partial S / \partial r = 0, \quad \partial S / \partial \beta = 0 \quad (5)$$

より n の方向角 β を求めると次式が得られる。

$$-\tan \beta = (\sqrt{2}l_6 - l_1 + l_7) / (\sqrt{2}l_0 + l_1 + l_7) \quad (6)$$

図-8 は試験点 p30 について式 (1) の比例関係を確認したものである。横軸は $\cos(\theta_i - \beta)$ で、縦軸は l_i である。塑性が生じる載荷方向 0, 1, 6, 7 の 4 つの点が直線上に載ることから流動則の成立が認められる。 β は約 -30° で、 m の方向 -45° とは異なるので、非関連流動則を示唆している。

(2) p90における弾塑性挙動

図-9 に p90 からのプローブ試験に対する $\Delta \epsilon^p$ の応答を示す。この場合、流動方向は -30° であり、図-6 の -45° とは異なっている。これは誘導異方性の発達に伴うものと考えられる。

図-9 は p90 点の $\Delta \sigma = 0.005 \text{ kgf/cm}^2$ についての $\Delta \epsilon^p$ 応答で、p30 の場合と同様に非関連流動則が成り立つ。しかしより大きい応力増分 $\Delta \sigma = 0.01 \text{ kgf/cm}^2$ に対する $\Delta \epsilon^p$ の応答においては、0, 7 方向の塑性ひずみ増分が 1, 6 方向のより非常に大きいので、流動則の比例関係式 (1) が成立しない（図-10）。これは p90 点の近くになんらかの限界線があって、その限界線を越えると非常に大きいひずみ増分 ($>20\%$) が発生する（図-11）ためと理解される。その限界線を遷移線と名付ける。遷移線上の諸点を遷移点と呼ぶ。

(3) その他の経路についての検討

Lp 載荷経路の他にも 図-2 に示す様々な載荷経路上について試験を行った。これらの載荷経路上の遷移点を 図-2 に黒丸で示す。殆どの遷移点について $q/p \approx 0.47$ の関係が成り立つ。従って遷移線は 図-2 の破線のような原点を通る直線で示すことができる。また L1 載荷経路上の遷移点だけ他と離れているのはこの粒状体集合のパッキングの特殊性によるものと考えられる。

参考文献

- 1) Bardet, J.P.: Numerical simulation of the incremental responses of idealized granular materials, *Int. J. Plasticity*, **10**, pp.879-908, 1994.
- 2) 岸野佑次: 改良粒状要素法による粒状体の弾塑性挙動の研究, 構造工学論文集, **43A**, 1997.

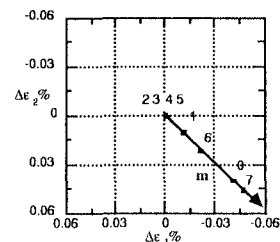


図-6 p30 点の塑性ひずみ増分

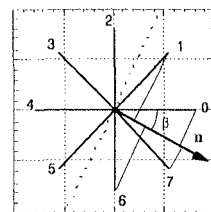


図-7 降伏曲線の法線

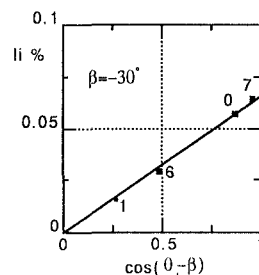


図-8 l_i と $\cos(\theta_i - \beta)$ の関係

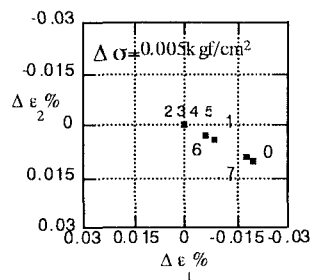


図-9 p90点の塑性応答 (1)

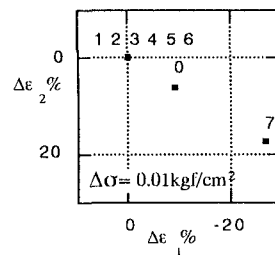


図-10 p90点の塑性応答 (2)

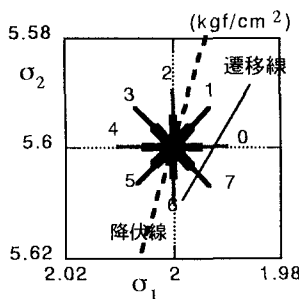


図-11 p90点と遷移線