

Ⅲ-A23

粒子構造に基づいた粒状体の3次元”一般応力表示”降伏曲面

名古屋工業大学 正会員 ○松岡 元
岐阜県 川瀬 樹一

粒状体の内部構造の変化に着目し、主応力方向の回転による降伏や、せん断応力の履歴を持つ場合の降伏をも自然に説明できる2次元応力条件下における一般応力表示($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$)の降伏曲面を提案している¹⁾。今回、この考え方を3次元応力条件に対して拡張し、一般応力表示($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$)の降伏曲面を提案する。

1. 3次元粒子接点角分布

粒状体の内部構造を評価する指標として粒子接点角分布に注目する。粒子接点角分布とは、粒子接点の方向の分布状況を放射状にヒストグラムにして表したものであり、2次元応力条件下においてこの粒子接点角分布と垂直応力 σ_N の分布は、ほぼ相似形である。3次元応力条件下においても、粒子接点角分布²⁾(図-1(a))と、垂直応力 σ_N の分布(図-1(b))は、ほぼ相似形であるといえる。なお、図-1は三軸圧縮時のものであるが、三軸伸張時、中間主応力一定時、等方圧密時においても両者は、ほぼ相似形であることが確認されている。また、3次元粒子接点角分布は、等方圧密時には球体、異方圧密時には楕円体となるが、圧密時に応力分布と比例して粒子接点数が際限なく増加するとは考えられない。そこで、平均主応力 $p=(\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z)/3$ と粒子接点数の間に2次元応力条件下の場合と同様、指数関係を仮定した¹⁾。そして、粒子接点角分布の過去に受けた最大の輪郭線をそれまでに受けた応力履歴を表すものと考え、その最大の輪郭線から現在の応力状態による粒子接点角分布が突出するかどうかを、粒状体の挙動が弾性的であるか弾塑性的であるかの判定の基準と考えた。

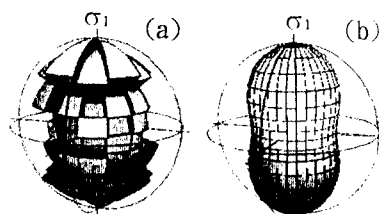


図-1 三軸圧縮時の(a)粒子接点角分布と
(b)垂直応力 σ_N の分布

2. 粒子構造に基づいた3次元応力条件下の降伏曲面

過去の応力履歴を表す粒子接点角分布に、現在の応力状態による粒子接点角分布が接することが降伏条件となるので、この条件よりラグランジュの未定乗数法を用いて、応力履歴($\sigma_{x0}, \sigma_{y0}, \sigma_{z0}, \tau_{xy0}, \tau_{yz0}, \tau_{zx0}$)を与えたときの降伏曲面を導くと次式となる。

$$\left\{ p_{xy0s} - \frac{(\tau_{xz0s} - \tau_{xz})^2 + (\tau_{yz0s} - \tau_{yz})^2}{2(\sigma_{x0s} - \sigma_x)} p_{xy} \right\}^2 = \left\{ q_{xy0s} - \frac{(\tau_{xz0s} - \tau_{xz})^2 - (\tau_{yz0s} - \tau_{yz})^2}{2(\sigma_{x0s} - \sigma_x)} q_{xy} \right\}^2 + \left\{ \tau_{xy0s} - \frac{(\tau_{xz0s} - \tau_{xz})(\tau_{yz0s} - \tau_{yz})}{\sigma_{x0s} - \sigma_x} \tau_{xy} \right\}^2 \cdots (1)$$

ここで、 $p_{xy}=(\sigma_x+\sigma_y)/2$ 、 $q_{xy}=(\sigma_x-\sigma_y)/2$ であり、sの添え字のあるものは、2次元応力条件の場合と同じく、履歴による粒子接点角分布に対応する応力状態を表しており、先のpと粒子接点数との関係に基づき、応力履歴($\sigma_{x0}, \sigma_{y0}, \sigma_{z0}, \tau_{xy0}, \tau_{yz0}, \tau_{zx0}$)と現在の応力状態($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$)の指数関係によって表現される。また、添え字のx,y,zはサイクリックに入れ替え可能である。

式(1)は、各カッコ内の中央に1つ項が付け加わっているが、2次元応力条件下の降伏曲面¹⁾である次式と同じような形をしている。

$$\{p_{xy0s} - p_{xy}\}^2 = \{q_{xy0s} - q_{xy}\}^2 + \{\tau_{xy0s} - \tau_{xy}\}^2 \cdots (2)$$

しかし、式(1)では変数が($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$)の6成分であり、3次元空間で降伏曲面を描くことは困難である。また、3次元応力条件下では、あるpにおいて現在の応力状態による粒子接点角分布が履歴を表す粒子接点角分布である最大の輪郭線より突出する方向とその方向の垂直応力が1つ決まっても、それに直交する2方向の垂直応力は決まらない。よって降伏時の応力比が決まらず、2次元応力条件下のようにモール・クーロンの降伏規準を自動的に取り込んではいない。そこで、あるpにおいて($\sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{zx}$)を一定と考えると変数は($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$)の3成分であり、かつ σ_z を一定とすることでモール・クーロンの降伏規準を

キーワード 粒状体、降伏、土の構成式、3次元

連絡先 〒466 名古屋市昭和区御器所町 Tel 052-735-5483 Fax 052-735-5483,5503

取り込むことができる。そして、ある p において $(\sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{zx})$ を一定とする条件下では、 $(\sigma_x + \sigma_y)/2 \sim (\sigma_x - \sigma_y)/2 \sim \tau_{xy}$ 空間で式(1)の降伏曲面を描くことができる。

まず、応力履歴を表す粒子接点角分布が球体となる等方圧密履歴の場合を考える。ある p において $\sigma_z = \text{一定} (\sigma_x > \sigma_z > \sigma_y)$, $\tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$ の場合、等方圧密履歴を表す粒子接点角分布である球体に、現在の応力状態による粒子接点角分布(図-2(a))の場合はピーナツツ形が接する点は、図-2(a)の太線で示すような XY 平面内の円上にあることになる。したがって、現在の応力状態による粒子接点角分布が、その円形より突出するとき降伏するので、この場合の降伏曲面は、2次元応力条件下の場合と同じ形をした図-2(b)のようになる。

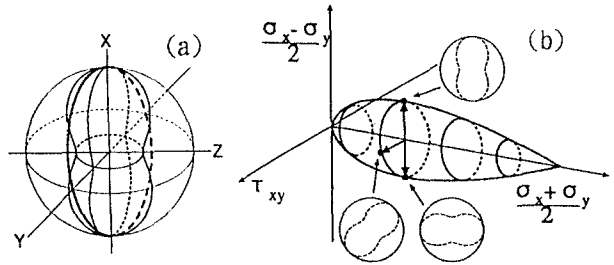


図-2 等方圧密履歴、ある平均主応力 p において σ_z : 一定、 $\tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$ の場合の(a)粒子接点角分布と(b)降伏曲面

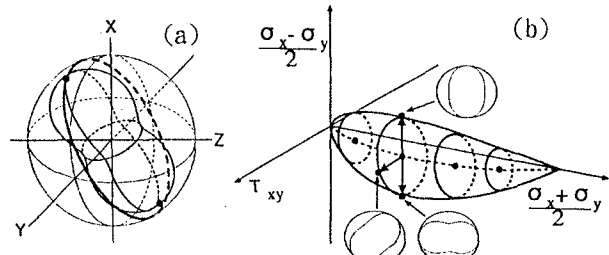


図-3 等方圧密履歴、ある平均主応力 p において $\sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{zx}$: 一定の場合の(a)粒子接点角分布と(b)降伏曲面

次に、ある p において $\sigma_z (\sigma_x > \sigma_z > \sigma_y)$, τ_{yz}, τ_{zx} : 一定の場合では、現在の応力状態による粒子接点角分布は、 τ_{yz} によって X 軸回りに、 τ_{zx} によって Y 軸回りに回転するので、図-3(a)に示すように傾くことになる。よって、履歴を表す球体と現在の応力状態による粒子接点角分布が接する点は、図-3(a)の太線で示すような傾いた円上にあることとなる。この傾いた円形を XY 平面に投影すると楕円形となり、現在の応力による粒子接点角分布がこの楕円より突出するとき降伏することになる。これらのことから、この場合図-3(b)示すように $(\sigma_x - \sigma_y)/2$ 軸方向にも、 τ_{xy} 軸方向にもずれてカーブを描いたバナナのような降伏曲面となる。

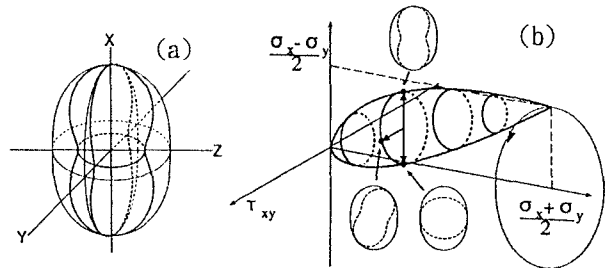


図-4 異方圧密履歴を受けた場合の(a)粒子接点角分布と(b)降伏曲面

また、異方圧密履歴を受けた場合、応力履歴を表す粒子接点角分布は図-4(a)に示すように楕円体となる。異方圧密履歴を受けた場合の降伏曲面は、ある p において $\sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ を一定とする条件下で図-4(b)に示すようになる。この降伏曲面は中空ねじり試験や、単純せん断試験のように τ_{xy} によって主応力方向が回転するような場合の降伏も自然に説明できる。 τ_{xy} によって主応力方向が回転すると、図-7(b)の降伏曲面において応力状態は、 $(\sigma_x + \sigma_y)/2$ 軸の回りに円を描いて回転するので、降伏曲面から飛び出し、明らかに降伏することがわかる。

3. 結論

粒状体内部構造の変化に着目することにより、等方圧密履歴、異方圧密履歴のみならず、せん断応力のからんだ履歴を受けた場合の降伏や主応力方向の回転による降伏をも自然に表現できる3次元応力条件下の降伏曲面を導いた。

参考文献

- 1) 松岡元, 川瀬樹一: 粒子構造に基づいた粒状体の2次元"一般応力表示"降伏曲面とその検証, 第32回地盤工学研究発表会講演集.
- 2) 山本修一, 松岡元: 三次元個別要素法による粒状体の三軸圧縮・伸張試験シミュレーション, 第31回地盤工学研究発表会講演集, Vol.1, pp379-380.