

## Ⅲ - A22

## 粒状体の分岐挙動の解明

|              |        |
|--------------|--------|
| 東北大学工学部      | 山川 優樹  |
| 東北大学工学部      | 高橋 加代子 |
| 大成建設（株）技術研究所 | 樋口雄一   |
| 大成建設（株）技術研究所 | 川崎宏二   |
| 東北大学工学部      | 池田 清宏  |

## 1. はじめに

粒状体の滑り線形成、破壊のメカニズムが、分岐により支配されていることが明らかになってきている。例えば、Ikeda, Goto<sup>1)</sup>は粒状体の挙動に影響を及ぼす不確定要因を初期不整として捉え、応力比-ひずみ曲線を分岐方程式により近似する漸近近似法も提案している。また、山川等は、単一の応力-ひずみ曲線から分岐点の位置を探索する分岐点探索法を提案している<sup>2)</sup>。しかし、これらの理論の適用は、砂の三軸圧縮試験のような小規模なケースに限られていた。そこで、本論文では、遠心載荷装置を用いた砂の支持力実験結果に対し分岐点探索法を適用することにより、得られた分岐点と分岐方程式のパラメータを用いて実験曲線を近似することにより、このような大規模な実験に対する分岐理論の適用可能性を検証することとする。

## 2. 理論

土のせん断試験で計測される一般的な変位についての分岐方程式は、

$$\left| \delta u - \frac{\delta P}{E} \right|^{1/2} \delta P + p \left| \delta u - \frac{\delta P}{E} \right|^{3/2} + q\epsilon + \text{h.o.t.} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

で表される<sup>2)</sup>。ここに、 $P$ は荷重パラメータ、 $\epsilon$ は初期不整変数、 $\delta u \equiv u - u_c^0$ 、 $\delta P \equiv P - P_c^0$ 、 $u$ は変位、点 $(u_c^0, P_c^0)$ は完全系 $(\epsilon = 0)$ の分岐点である。 $p$ と $q\epsilon$ は分岐方程式の展開係数をスケーリングした定数、 $E = 1/r$ は完全系の主経路の傾きを表す定数である。これらの値を決めることにより、応力-ひずみ曲線を近似する。

ところで、分岐する系の初期不整による強度の低下量 $\delta P_c$ に関する Koiter の 2/3 乗則は

$$\delta P_c \equiv P_c - P_c^0 \sim -\frac{3p^{1/3}q^{2/3}}{2^{2/3}}\epsilon^{2/3} \quad \dots\dots\dots (2)$$

により与えられる。Koiter 則を一般化するため、直線 $\delta P + h_i \delta u = 0$ を式(1)に代入すると、変位に関する初期不整の 2/3 乗則

$$\delta u|_{\delta P + h_i \delta u = 0} = \eta \epsilon^{2/3} \quad \dots\dots\dots (3)$$

が求まる。ここに

$$\eta = \frac{\text{sign}(\delta u) q^{2/3}}{\left[ \text{sign}(\delta u) h_i \left| 1 + \frac{h_i}{E} \right|^{1/2} - p \left| 1 + \frac{h_i}{E} \right|^{3/2} \right]^{2/3}} \quad \dots\dots\dots (4)$$

である。 $\delta u|_{\delta P + h_i \delta u = 0}$ は、直線と解曲線との交点における変位と分岐点の変位との差を表し、 $\text{sign}(\delta u)$ は、その符号である。式(2)と(3)から $\epsilon$ を消去すると、

$$\delta P_c \sim -\eta^* \delta u|_{\delta P + h_i \delta u = 0} \quad \dots\dots\dots (5)$$

という変位と荷重という 2 つの物理量の間の漸近則が求まる。ここに

$$\eta^* = \frac{3 \text{sign}(\delta u)}{2^{2/3}} p^{1/3} \left[ \text{sign}(\delta u) h_i \left| 1 + \frac{h_i}{E} \right|^{1/2} - p \left| 1 + \frac{h_i}{E} \right|^{3/2} \right]^{2/3} \quad \dots\dots\dots (6)$$

である。 $i = 1, 2, \dots$ と数本の直線を考え、式(3)を複数组連立して解くことにより、複数のパラメータ $p$ 、 $q\epsilon$ 、 $E$ が求まる。これらは直線が分岐点から下ろしたものであるときのみすべて一致するから、一致の程度の指標として分散をとると分散が小さくなる点が分岐点と考えられる。同時に式(1)のすべてのパラメータ $p$ 、 $q\epsilon$ 、 $E$ が得られ、これらの値を式(1)に代入することで、応力-ひずみ曲線が近似できる。

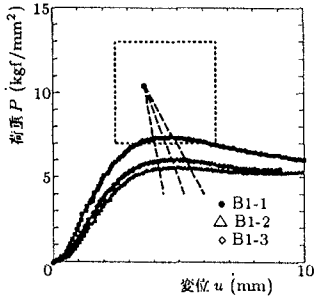


図-1 荷重-変位曲線

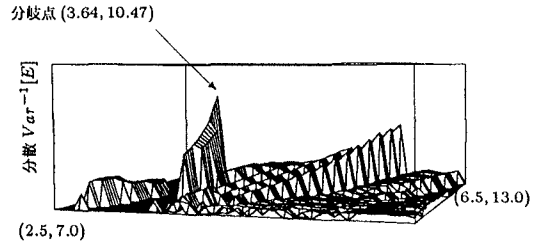


図-2 分散の分布

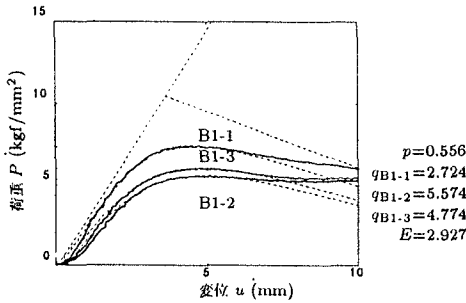


図-3 実験曲線の近似

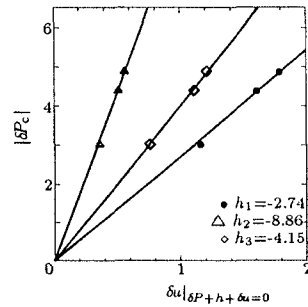


図-4 B1 の  $\delta u|_{\delta P+h+\delta u=0}$  と  $|\delta P_c|$  の相関図

### 3. 砂の支持力実験への適用

砂の支持力実験<sup>3)</sup>より得られた荷重-変位曲線に分岐点探査法を適用する。この実験は、豊浦標準砂の遠心荷重装置による三次元基礎を用いた支持力実験で、幅3cmの正方形模型基礎を用いて、遠心加速度10Gを与えて載荷実験を行ったものである。実験で得られた荷重-変位曲線を図-1に示す。ケースB1-3に対し、分岐点探査を行い分散を求めたところ、図-2に示した点(3.64,10.47)で、分散が極小となった。この点でのパラメータの値は各々  $p=0.556, q=4.774, E=2.927$  となった。これらの値を式(3)に代入し、初期不整量に関するパラメータ  $q\epsilon$  を求めると、B1-1の  $q\epsilon$  は2.724、B1-2の  $q\epsilon$  は5.574であった。これらの値を式(1)に代入し、得られた近似曲線を図-3に示す。3本の実験曲線に対し、近似曲線がよく一致しており、それぞれのケースの最大支持力の差は、初期不整量の違いであったといえる。またこの点を分岐点とし、3本の荷重-変位曲線に式(5)で表される漸近則を適用した。これにより得られた相関関係を図-4に示す。分岐点から実験曲線に下ろした3本の直線の相関係数の平均が0.998となり、非常によい精度であったといえる。

このことは、本手法で提案する複数の理論式が整合する形で図-1の軟化挙動を記述しており、妥当であることを示している。

実験曲線の近似に用いるパラメータは全て理論式に従い決定されてしまう一意性があるものであり、一般に行われているパラメータの値の操作によるカーブフィッティングとは一線を画するものであることが本手法の長所である。

### 4. 結論

砂の遠心荷重装置を用いた支持力実験結果に分岐点探査法を用いることにより、最大支持力の低下が、初期不整に影響されていることが明らかになった。また、砂の遠心荷重実験に対しても分岐理論が適用できることが検証できた。

#### 参考文献

- 1) 池田清宏, 岩熊哲夫, 中沢正利, 後藤聡, 堀宗朗: 初期不整感度則による分岐特性の漸近近似法, 構造工学論文集, Vol.39 A, 1993.
- 2) 山川優樹, 池田清宏, 柳沢栄司, 米原久人: 分岐点探査法と材料・構造系への適用, 構造工学論文集, 43A, 1997.
- 3) 樋口雄一, 川崎宏二: 密な砂地盤における長方形基礎の支持力特性と地盤の三次元的破壊形状, 大成建設技術研究所報, Vol.28, 1995.