土木学会第52回年次学術講演会（平成９年９月）

Ⅱ－348

フラクタル解析を用いた河岸線の線形評価

九州大学大学院　学生員　新谷　加世
九州大学工学部　正　員　森山　聡之
九州大学工学部　正　員　平野　宗夫

1.はじめに

Mandelbrotが提唱したフラクタル幾何学は、ユークリッド幾何学では表現できなかった自然界の複雑な形に対して、記述の方法と数学的モデルを与えた。「フラクタル」はラテン語のfractusを語源とし、「小部分、半端な、断片」といった意味をもつ。山や雲等の自然の形状は、部分を拡大しても全体と複雑さが変わらないという性質をもっており、この自己相似性が自然界におけるフラクタルの本質的な性質である。自然界の不規則な形状を表す概念として、フラクタルは、生物学、地形学、気象学などさまざまな自然科学の分野において応用されている。

本研究では、複雑な河道形態のフラクタル性を調べるため、筑後川の本川全体について、河岸線とフラクタル次元との関係を検討した。さらに、その結果得られたフラクタル次元を用いてフラクタルブラウン運動（fBm）によるシミュレーションを行い、フラクタル次元による複雑な河道形態の表現とその妥当性を検討した。

2.フラクタル次元解析

2-1.ボックスカウンティング法

フラクタル性を確認し、次元を求める方法としては、形の特徴を捉えるのに一般に使われているボックスカウンティング法を用いる。ある対象が、全体を比率rで縮小したN個の部分に分割されるとき、

$$N \cdot r^D = 1 \qquad (1)$$

が成り立つようなDをフラクタル次元といい、

$$D = -\log N / \log r \qquad (2)$$

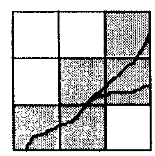

図1.ボックスカウンティング法の例

で定義される。逆に（1）式が成り立つときこの図形はフラクタルであり、スケール変換をしても形は不変、すなわち全体集合と部分集合が相似であるという性質を示す。図1.の例において、$r = 1/3$のとき$N(r) = 5$で$D = 1.465$となる。平面全体は、$N(r) = 9$で$D = 2$と表わされる。フラクタル次元は直線に近ければ1に、平面を埋め尽くすような複雑な形であれば2に近づく。

河岸線のフラクタル次元は直線と平面の間にあり、フラクタル次元Dの範囲は$1 \le D \le 2$となる。地図上の長さl四方の範囲を、一辺の長さaの正方形のメッシュ格子（ボックス）で区切るとき、河岸線を含むボックスの数を$N(a)$とすると、$r = a/l$として（1）式より

$$N(a) = (a/l)^{-D} \qquad (3)$$

となる。フラクタル次元の中で（3）式より得られるDは容量次元と呼ばれる。この容量次元Dを確率による重みで拡張した次元に情報次元D'がある。容量次元Dの場合と同様に一辺の長さaの正方形のメッシュ格子で区切るとき、i番目のボックスに点が入る確率を$P_i(a)$とすると全情報量$I(a)$は

$$I(a) = -\sum_i P_i(a) \cdot \log P_i(a) \qquad (4)$$

で与えられ、これは対象を精度aで記述するのに必要な情報量を意味する。河岸線の座標の点が、D'次元空間に分布していると考えると、$P_i(a)$はボックスの大きさに比例するので

$$P_i(a) = P_0 \cdot a^{D'} \quad （P_0\text{は定数}） \qquad (5)$$

となり、（4）式に代入すると情報次元D'が求まる。

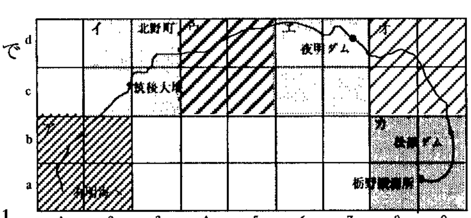

図2.　筑後川の図面の分割

2-2.解析に用いたデータ

図2.のように筑後川全体を含む1/25000の地形図を7.5km四方を1ブロックとして分割した。川全体を捉えるため、筑後川の本川の

キーワード：フラクタル、河道形態、多自然型工法
連絡先：〒812　福岡市東区箱崎6-10-1　TEL. 092-642-3289

みの右岸座標を河口から下筌ダム直流上の栃野水位観測所まで、各ブロックごとにタブレットを用いて読み込んだ。

2-3. 解析結果

図3に筑後川全体の河岸線についてフラクタル解析を行った結果を示す。直線関係が成り立つことから、フラクタル性が認められる。容量次元 D は1.0658（±0.0103）、また情報次元 D' は1.0487（±0.0039）であった。カッコ内は95%信頼区間である。ともに次元はほぼ1に近く、筑後川の河岸線があまり複雑ではないことを表わしている。次に図2に示した（ア）～（カ）の各範囲について、容量次元 D および情報次元 D' とそれぞれの95%信頼区間を求めた。結果を図4と表1に示す。下流部から上流部に移るにしたがい、フラクタル次元は少しずつ増加している。筑後川の河岸線は平野を流れる下流部から山あいの上流部に移るにしたがって複雑になっており、河岸線の形状の複雑さとそのフラクタル次元とが対応していることがわかる。

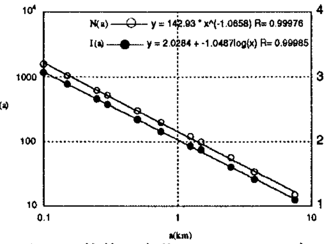

図3. 筑後川全体のフラクタル次元

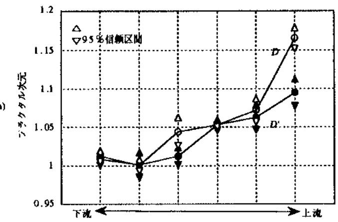

図4.フラクタル次元の変化（ア～カ）

表1. フラクタル次元（ア～カ）

	容量次元D	Dの95%信頼区間	情報次元D'	D'の95%信頼区間	データ数N
ア	1.0123	±0.0070	1.0082	±0.0075	4375
イ	1.0006	±0.0076	1.0012	±0.0160	2689
ウ	1.0443	±0.0184	1.0123	±0.0111	3770
エ	1.0534	±0.0034	1.0528	±0.0067	5631
オ	1.0719	±0.0150	1.0628	±0.0162	6047
カ	1.1649	±0.0133	1.0948	±0.0174	8421

3.fBmによるシミュレーション

川岸線とフラクタル次元との関係をより明確にするため、Mandelbrotがブラウン運動の一般化により定義したfBmを用いて、河岸線のシミュレーションを発生させた。1次元空間のfBmは時間 t の関数 $X_H(t)$ として表され、その増分 $\Delta X_H(t)$ はガウス分布にしたがい、時間変化 Δt と

$$\Delta X_H(t) \propto \Delta t^H \quad (H：ハースト指数) \qquad (6)$$

の関係が成り立つ。fBmは、$0 < H < 1$ の値をとる H により特徴づけられ、H=1/2のとき通常のブラウン運動となる。E 次元空間では、各座標の時間変化は独立にfBmを描き、$H > 1/E$ の場合の D は、$D = 1/H$ で与えられる。河岸線を表現する場合の2次元空間のfBmにおいて、各座標の関数 $X_H(t)$ と $Y_H(t)$ は、同一の H に関する統計的に独立な時間の関数である。河岸線の範囲および始点と終点を指定して H を与え、ランダム中点変位法と逐次ランダム加算法を用いてfBmを発生させた。始点と終点の2点から 2^m+1個の座標を発生させる場合、中点を求めて変位させ、さらに全点にランダム要素を加える過程を m 回繰り返す。図5は、図2の範囲（ア）について実際の範囲および始点と終点を指定し、表1に示した次元 D=1.0123を代入して、発生データ数4097個でシミュレーションを行った結果である。また図6は、同様の条件下で次元 D の値を変化させたときのシミュレーションの結果である。0.02程度の差でも、次元によって、河岸線の形状にかなりの変化が表れることがわかる。

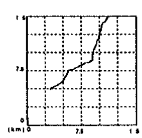

図5. 範囲（ア）のシミュレーション（D = 1.0123）

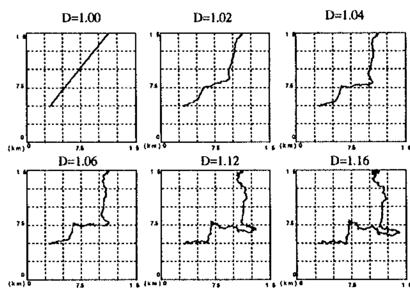

図6. Dを変化させたときの河岸線の変化

4.おわりに

河岸線の形状にはフラクタル性があり、その次元は河岸線が複雑になるにつれ増加傾向にあることから、河岸線の形状が、フラクタル次元により、ある程度表現できることがわかった。このことはシミュレーションの結果からもあきらかである。

今後はこのフラクタル次元を利用し、多自然型の河川工法等において、自然的な河岸線を表現、評価する手法を検討していきたい。

5.参考文献

Heinz-Otto Peitogen , Dietmar Saupe 編：フラクタル・イメージ　理論とプログラミング、シュプリンガーフェアラーク東京、1990