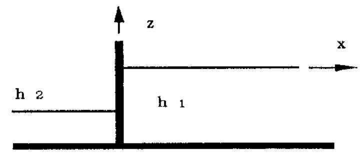
II－290 弾性梁の水中での振動に伴う付加質量について

東洋大学工学部環境建設学科 フェロー会員 荻原 国宏

はじめに ゲートのスキンプレートまたは、ゲートそのものの振動時に片側または両側に水がある場合の振動では水の運動に伴なう力が作用する。これを付加する質量として処理している例が多い。そこで振動外力について検討する。対象を簡素化するために単純な板が両端で固定されている場合を考える。

図－1a のようにゲートを挟んで上流側に水位 h_1、下流側に水深 h_2があったとする。このときゲート図－1b の様にゲートは両端が単純支持されていたとする。



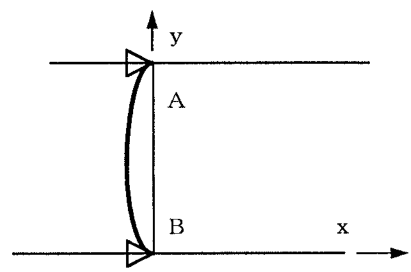
図－1a 水深の関係

ゲートは両端 A,B 点で単純支持されているとし、上流下流に撓むものとする。底面では自由になっている。従ってここでの抵抗は無視できるものとする。

座標系を図－1に示すように鉛直上向きにz軸を、上流側にx軸を、ゲートの軸方向にy軸を取り、水面に原点を置くことにする。

1）流体関係の式とその解 まず流体の方について基礎方程式を導こう。地震時の様に流体の運動は流れとならない場合には速度ポテンシャルを持つ流体としての扱いが可能である。そこで速度ポテンシャルをϕと、各軸方向の流速は流体の圧縮性を無視したときの連続の式よりラプラスの式(1)が得られる。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}=0 \qquad (1)$$



図－1b 梁の関係

次に境界条件について考えると水底では鉛直速度がゼロでることより(2)式が選られ、水面では圧力が大気圧である条件を使う。拡張されたベルヌイの方程式で、速度の2乗の項は他項に比べて無視できるとし、水面で z＝0, p＝0 であることから(3)式が求まる。

$$w=\frac{\partial \phi}{\partial z}=0, \quad z=-h \quad (2) \qquad \frac{\partial \phi}{\partial t}=Const, \quad z=0 \qquad (3)$$

さらに梁の表面での条件は梁の撓み形状を $\eta(y,z)$ とすると、速度の条件と圧力条件が次の様に定められる。

$$u=\frac{\partial \phi}{\partial x}=\frac{\partial \eta}{\partial t},\frac{p}{\rho}=-\frac{\partial \phi}{\partial t}, \quad at \quad (0,y,z) \qquad (4)$$

このうち圧力項 p/ρ は梁のたわみを求める式での外力項として関係することになる。梁の撓みηを与える式を導く。梁に加わる外力は圧力を鉛直方向に積分することになる。梁の剛性をEIとすると撓み振動の方程式は次の様になる。

$$P(y,t)=\int_0^h p(0,y,z,t)dz \qquad EI\frac{\partial^4 \eta}{\partial y^4}+m\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2}=P(y,t) \qquad (5)$$

ここでmは梁の単位長さ当たりの質量であり、P(Y,T)がゼロの場合は自由振動の方程式である。従って梁の撓み振動の式と固有角振動数は次のごとくなる。

付加質量、撓み弾性振動、ゲート、動水圧、自由振動

〒350川越市鯨井2100、TEL:0492-39-1395,FAX:0492-39-4582

$$\omega_n=\frac{n^2\pi^2}{L^2}\sqrt{\frac{EI}{m}},\quad n=1,2,3,\ldots \qquad \eta_n(y,t)=(A_n\cos\omega_n t+B_n\sin\omega_n t)\sin\frac{n\pi y}{L} \tag{6}$$

付加質量を梁に一様に分布するとして、(4)式の関係で梁の変位と、速度ポテンシャルを結びつけ圧力を求めて振動方程式から次の水中での固有角周波数を求める式が得られる。

$$\omega_0{}^2=\frac{\omega_n{}^2}{1+\dfrac{\rho h(2a_0-b_0h)}{2m(a_0+b_0z)}} \tag{7}$$

$$\omega_0{}^2=\frac{\omega_n{}^2}{1\mp\dfrac{\rho hL}{m}} \tag{8}$$

(ここに a_0b_0 は梁が撓むときの上部と下部の変位の差(梁の中央点)を直線式で表したときの係数である。hは水深を表し ρ、mは水の密度と梁の空気中での質量である。(7)式は鉛直断面での2次元解析から求めているが、(8)式は梁の上部と下部での変位が同じであるとして水平2次元で解を求めた結果である。Lは梁のスパン長を示す。

2) 付加質量 水が梁に接したときの振動から梁の質量に水の運動による質量が加わり質量が変化したと考え、質量が m'なっていると考えると、周波数の比から

$\dfrac{\omega_n{}^2}{\omega_0{}^2}=\dfrac{m'}{m}$ となる。従って前記の式から付加質量は鉛直断面での解析からは $\dfrac{m'}{m}=1+\dfrac{\rho hL(2a_0-b_0h)}{2m(a_0+b_0z)}$ (9)

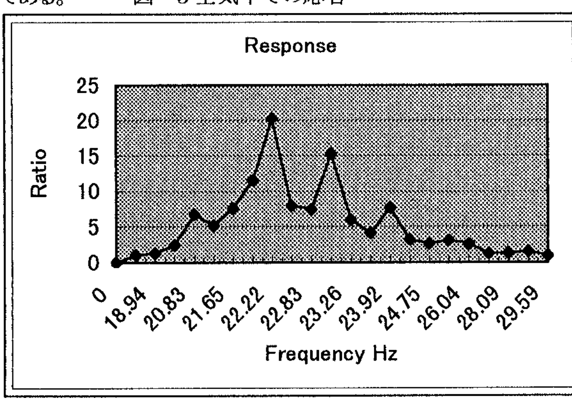
平面で上流のみに水がある場合は $\dfrac{m'}{m}=1+\dfrac{\rho hL}{m}$ 平面で下流にも水がある場合には $\dfrac{m'}{m}=1+\dfrac{\rho L(h_2+h_1)}{\pi m}$ (10)

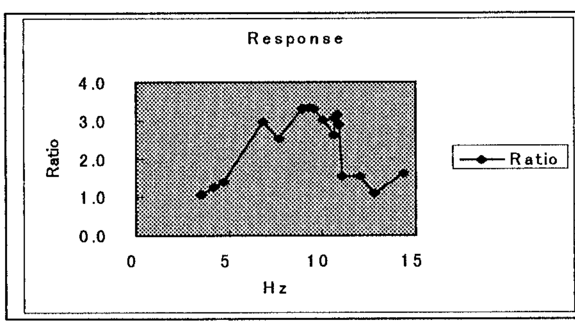
となる。これらの各式の第2項が付加質量を与えるものである。

3)実験 梁を単純支持できる支点を持った水槽を振動台の上に載せて加振した。周波数を低い方から(4Hz)から高い方(30Hz)へと変化させ、振動台の加速度変位と梁の加速度変位から応答曲線を求めた。空気中での応答が図－3 である。この場合の卓越周波数は 22.2Hzであった。

次に上流側に水があった場合の例を図－4 に示す。この場合は上流、下流の双方に水が 10cmずつある場合である。卓越周波数は 9.5－9.9Hzである。したがって空気中の場合での卓越周波数の比の2乗から質量比が求められる。この値は5.24となる。また(10)式に板厚 2mm、幅 20cm、スパン長 30cmを入れて第2項の値を求めると 6.078 となり付加質量比に換算すると 7.078 となることが解る。したがって 1.35 倍理論値の方が大き目に出ている。他のケースについては現在整理中であるので総合的な結果は発表時に示す。

図－3 空気中での応答





図－4 水中で応答

4)今後の課題 現段階で実験結果のすべてについて検討が終了していないので詳細は分からないが、検討すべき課題が理論解析、実験手法の双方に残されていると考えられる。実験のほうでは梁が単純支持の状態になっていないこと、梁が柔らかすぎて水中での固有振動数が振動台の加振周波数の範囲外になっている点であり、今後剛性の強い梁での検討が必要であろう。理論解析では梁に一様に付加質量がつく結果になっているが変位量の大きいところ程大きい可能性も検討に値する。なおこの研究は栗本鉄工所からの研究費、東洋大学特別研究の研究費の援助で行われました。記して謝意を表します。