II－282　　低レイノルズ数乱流モデルを用いた自由水面段落ち流れの計算

神戸大学大学院　学生員　福知　正高
神戸大学工学部　正会員　中山　昭彦

1．はじめに

近年、より一般的な流れ場に適応できる低レイノルズ数乱流モデルが数多く提案され、直接シミュレーション等によりその精度が確かめられている。しかし、計算例は非常に単純な流れがほとんどで、剥離の伴う流れや自由水面を有する流れでの検証は十分になされていない。そこで、本研究は、自由水面の動きを直接解く手法に最近の低レイノルズ数乱流モデルで高く評価されているものを組み込み、数値計算を行い検証した。乱流モデルとしては河床の複雑な形状周りにも適用可能な低レイノルズ数型モデルである低レイノルズ数版 k-ω モデル[1]及び近年良い結果が得られているとされる川島・河村[2]により提案された k-$\tilde{\varepsilon}$ モデルを適用した。

2. 計算法

非圧縮二次元非定常流を対象とする、低レイノルズ数版 k-ω モデル及び k-$\tilde{\varepsilon}$ モデルを適用した場合の流れの基礎方程式と自由水面の動きを直接解く手法として高さ関数法[3]を用いた場合の自由水面における条件を以下に示す。鉛直軸方向には重力加速度が働いているとし、運動方程式に重力加速度 g を加えている。

連続の式

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0$$

運動方程式

$$\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\nu\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_i v_j}\right) - g\delta_{i2}$$

レイノルズ応力

$$\overline{u_i v_j} = \frac{2}{3}k\delta_{ij} - \nu_t\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)$$

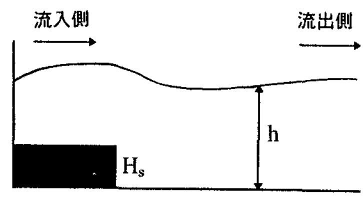

図-1 計算例

低レイノルズ数版 k-ω モデル

$$\nu_t = \alpha^*\frac{k}{\omega}$$

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left((\nu + \sigma_k\nu_t)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right) + \nu_t\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}\right)^2 - \beta^* k\omega$$

$$\frac{D\omega}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left((\nu + \sigma_\omega\nu_t)\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right) + \alpha\frac{\omega}{k}\nu_t\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}\right)^2$$

k-$\tilde{\varepsilon}$ モデル

$$\nu_t = C_\mu f_\mu\frac{k^2}{\tilde{\varepsilon}}$$

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left((\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k})\frac{\partial k}{\partial x_j}\right) + \nu_t\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}\right)^2 - (\tilde{\varepsilon} + \hat{\varepsilon}) - \frac{1}{2}\nu\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{k}{\varepsilon}\left(\frac{\hat{\varepsilon}}{\varepsilon}\right)^2\frac{\partial \hat{\varepsilon}}{\partial x_j}\right)$$

$$\frac{D\tilde{\varepsilon}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left((\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon})\frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial x_j}\right) + C_{\varepsilon 1}\frac{\tilde{\varepsilon}}{k}\nu_t\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}\right)^2 - \left(C_{\varepsilon 2}\frac{\tilde{\varepsilon}^2}{k} + \frac{\tilde{\varepsilon}\hat{\varepsilon}}{k}\right) + C_{\varepsilon 3}\nu\nu_t\left(\frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2}\right)^2$$

ここで、$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - \hat{\varepsilon}$ であり $\hat{\varepsilon}$ は以下の通りである。

$$\hat{\varepsilon} = 2\nu\left(\frac{\partial\sqrt{k}}{\partial x_j}\right)^2 \ :\ \frac{\partial\sqrt{k}}{\partial x_j} \geq 0 \quad , \quad \hat{\varepsilon} = 0 \ :\ \frac{\partial\sqrt{k}}{\partial x_j} < 0$$

なお α 、α＊等のモデル定数、f_μ 等のモデル関数についての詳細は参考文献にて確認されたい。

自由水面における条件

運動学的条件

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u\frac{\partial h}{\partial x} = v \qquad (1)$$

動力学的条件

$$p_h = p_0, \quad \tau_h = 0 \qquad (2)$$

P_h :y=h における圧力
P_0 :大気圧
τ_h :y=h におけるせん断応力

低レイノルズ数乱流モデル、自由水面流
〒657　神戸市灘区六甲台町 1-1　tel(078)803-1233

数値計算は、直交食い違い格子で、圧力場と速度場に分解し、HSMAC法に基づく時間発展解法で解く。その中で、自由水面における条件式(2)はそれぞれ圧力、速度の境界条件として与え、新しい時間での速度場が求まった後に条件式(1)をオイラー法により時間積分し、新しい時間での自由水面の位置を決定する。時間に関する進行は一次精度のオイラー法、粘性項には二次精度の中心差分を用いている。

計算例

計算例として図-1のようなステップ高さH_s=2cmを持つバックステップがあるケースを考えた。禰津ら[4]の実験結果と比較するために初期条件は、上流水深 h/H_S=3.7、水面下を静水圧、H_sを基準としてR_e=3544、下流フルード数 F_{r2}=0.20とし、10ステップ上流で対数則分布を流入条件として与えている。

計算結果と考察

低レイノルズ数版k-ωモデルによる流線の計算結果を図-2 に示す。実験結果にみられるような循環領域が見てとれる。

低レイノルズ数版k-ωモデルを用いた場合のバックステップ下流の水深変化Δh≡(h-h_0)(ここで、h_0は x=0 での水深)を図-3に示す。禰津らの実験結果とは完全には一致していないが、定性的に同じ傾向を示している。

次に低レイノルズ数版k-ωモデルを用いて得られた平均流速Uと乱流エネルギーk の計算結果と禰津らの実験結果とを比較したものを図-4,図-5に示す。平均流速Uの計算値は実験値と非常に良く一致している。乱流エネルギーk の方も同様に良く一致している。

これらの計算結果から低レイノルズ数版 k-ωモデルは摩擦速度、壁面までの距離等の量を用いないので自由水面やバックステップなどの複雑な境界にも簡単に適応でき、かつ精度も良いことが解った。粗面等にも簡単に適応可能なので、更なる応用が期待される。

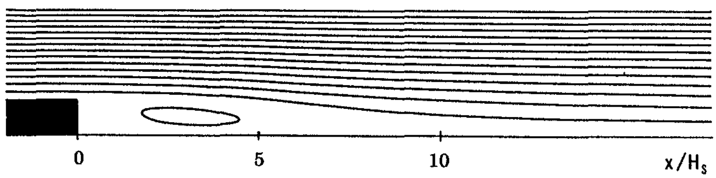

図-2 流線

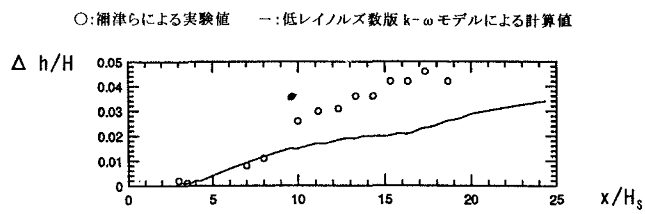

図-3 ステップ下流の水深変化

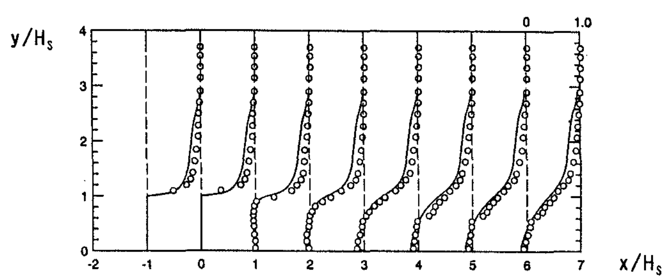

図-4 平均流速Uの分布

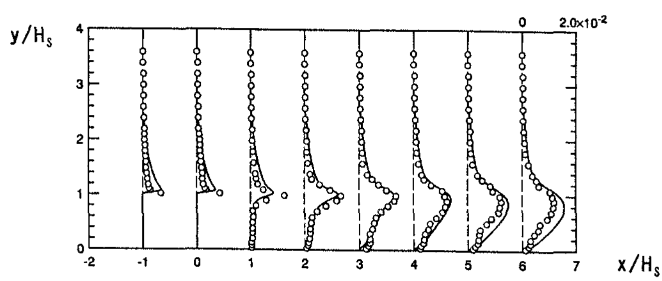

図-5 乱流エネルギーkの分布

参考文献

1)Wilcox, D.C. : Turbulence Modeling for CFD, pp146-160, 1993.
2)川島紀英、河村 洋：第27回乱流シンポジウム講演論文集、1995、pp.239-242.
3)Hirt, C.W. and Nichols, B.D. : J. Computational Physics, Vol39, pp202-203, 1981.
4)禰津 家久、中川 博次：第33回水理講演会論文集、1989、pp.469-474.