土木学会第52回年次学術講演会（平成9年9月）

Ⅱ-266 気泡関数を用いた混合型有限要素法による浅水長波流れ解析

中央大学理工学部 学生員 ○ 松本 純一
前橋工科大学工学部 正 員 梅津 剛
中央大学理工学部 正 員 川原 睦人

1. 緒言

有限要素法による浅水長波流れ解析において、ダム破壊時の水流伝搬現象や、津波の遡上現象の解析を行う場合には、何らかの方法によって水領域移動を考慮する必要がある。著者らは、この問題に対して、水位の上昇に伴う水域の変化を考慮するための手法として、あらかじめ広域にメッシュを作成する移動境界手法を提案[1]している。この手法において、著者らの用いてきた離散化手法は、空間方向については、三角形1次要素を流速と水位変動量に用いる同次補間を適用し、時間方向に対しては3段階陽解法を用いてきた。またこれは、計算の安定性を考慮するために、人工粘性を与える手法としている。しかしこの手法を用いる場合には、人工粘性の影響が大きく、また、複雑な地形を対象とする現地計算では解の安定性に問題があった。

そこで本論では、精度の向上と計算の安定化を目的として、高次要素を用いる混合補間の適用、及び上流化手法としてBTD法を適用し、整合質量行列を用い、その連立一次方程式の解法としてElememt By Elemend CG法を使用する手法を思考するものである。すなわち、空間方向の離散化においては流速に対して高次の補間関数（気泡関数要素）を用い、水位変動量は1次要素とする混合補間の適用を行い、時間方向の離散化に対してはBTD法を用いるものである。

検証の計算として、段波の解析を行い、空間方向の離散化において、BTD法が3段階陽解法に比べて、計算が安定に行えることを示し、ダム破壊時の水流出問題の解析を行うことによって、従来の同次補間の手法と、気泡関数要素と1次要素による混合補間を用いた手法との比較を行うものである。

2. 基礎方程式

浅水長波方程式を基礎方程式とする。式中において u_i は鉛直断面当たりに平均化された流速を、ζ は水位変動量を、g は重力加速度を示す。

$$\dot{u}_i + u_j u_{i,j} + g\zeta_{,i} = 0\ ,\ \dot{\zeta} + (\zeta u_i)_{,i} = 0 \tag{1}$$

3. 離散化手法についての概略

3.1 空間方向

Galerkin法に従い空間方向に離散化を行う。要素の選択として、流速に関しては気泡関数要素を、水位変動量に関しては1次要素を補間関数に用いる。[2]

$$u_i = \Phi_1 u_{1i} + \Phi_2 u_{2i} + \Phi_3 u_{3i} + \Phi_4 \tilde{u}_{4i}\ ,\ \tilde{u}_{4i} = 3u_{4i} - (u_{1i} + u_{2i} + u_{3i})\ ,\ \Phi_1 = \eta_1\ ,\ \Phi_2 = \eta_2\ ,\ \Phi_3 = \eta_3\ ,\ \Phi_4 = 9\eta_1\eta_2\eta_3 \tag{2}$$

$$\zeta = \Psi_1\zeta_1 + \Psi_2\zeta_2 + \Psi_3\zeta_3\ ,\ \Psi_1 = \eta_1\ ,\ \Psi_2 = \eta_2\ ,\ \Psi_3 = \eta_3 \tag{3}$$

3.2 時間方向

時間方向の離散化に対しては、BTD法を用いる。ここで、$\ddot{u}_i^n, \ddot{\zeta}^n$ は次のように近似するものとし、整合質量行列を用い、連立一次方程式の解法としてElement By Element CG法を適用するものとする。

$$u_i^{n+1} = u_i^n + \Delta t\left(\dot{u}_i^n + \frac{\Delta t}{2}\ddot{u}_i^n\right)\ ,\ \zeta^{n+1} = \zeta^n + \Delta t\left(\dot{\zeta}^n + \frac{\Delta t}{2}\ddot{\zeta}^n\right) \tag{4}$$

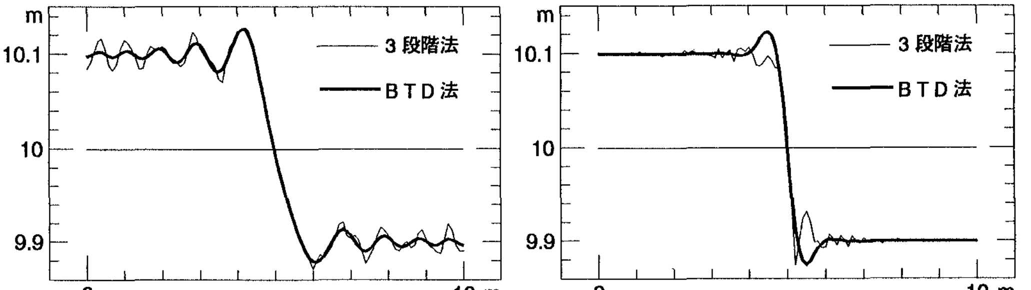
$$\dot{u}_i^n = -\left(u_j^n u_{i,j}^n + g\zeta_{,i}^n\right)\ ,\ \ddot{u}_i^n \simeq -\left(u_j^n \dot{u}_{i,j}^n + g\dot{\zeta}_{,i}^n\right) = u_j^n u_k^n u_{i,kj}^n + u_j^n g\zeta_{,ij}^n + g u_k^n \zeta_{,ki}^n + g\zeta^n u_{k,ki}^n$$

$$\dot{\zeta}^n = -\left(\zeta^n u_i^n\right)_{,i} = -\left(\zeta_{,i}^n u_i^n + \zeta^n u_{i,i}^n\right)\ ,\ \ddot{\zeta}^n \simeq -\left(u_i^n \dot{\zeta}_{,i}^n + \zeta^n \dot{u}_{i,i}^n\right) = u_i^n u_k^n \zeta_{,ki}^n + u_i^n \zeta^n u_{k,ki}^n + \zeta^n u_k^n u_{i,ki}^n + \zeta^n g\zeta_{,ii}^n$$

4. 段波流れ解析による検討

水路長10m、水深10m、水位差0.2mをモデルとした段波流れ解析について検討を行う。図1(a)に集中質量行列を用いたときの3段階法、BTD法、図1(b)整合質量行列を用いたときの3段階法、BTD法の1周期後の結果を示す。これに示されるように、集中質量行列を用いた3段階法、BTD法、整合質量行列を用いたときの3段階法においては、大きな水面振動が生じているのに対し、整合質量行列を用いたときのBTD法においては、大きな水面振動が生じておらず安定に、かつ精度よく計算されていることが解る。

キーワード：気泡関数、混合補間、BTD法、移動境界
〒112 文京区 春日 1-13-27 TEL 03-3817-1814 FAX 03-3817-1803
〒371 前橋市 上佐鳥町 460-1 TEL 027-265-7309 FAX 027-265-3837



(a) 集中質量行列を用いた場合　(b) 整合質量行列を用いた場合

図 1 段波の計算結果

5. ダム破壊時の流出解析

移動境界の手法[1]を取り入れ、2 次元的な流れについての混合補間を用いる効果を見るために、ダム破壊時の流出解析を行う。特に現地解析について、必然的に用いられる不規則メッシュに対する効果を見るために、用いるメッシュは 図 2 のような流れ方向にたいして対象に、故意に細粗分割を行っている。初期条件は 図 3 であり、細水路部に水位変動量 ζ が置かれている。ここで、拡幅部分には水は存在しないものとし、水際先端の境界条件は、無抵抗となる条件を与えている。また、水際先端での水深有無の判定基準は 0.1mm とする。

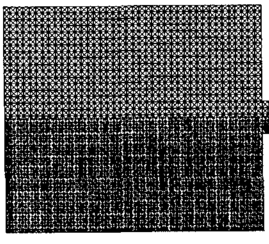


図 2 有限要素メッシュ

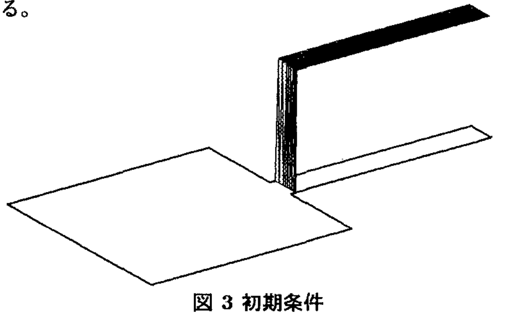


図 3 初期条件

図 4 に 1 次要素による同次補間での解析結果、図 5 に気泡関数要素と 1 次要素による混合補間での結果を示す。ともに 1.5 秒後の計算結果である。この流れは、拡幅部分において流況が急激に変化し、上流から射流に変遷するが、その部分において、同次補間では顕著な振動が見られる。これに対して、混合補間を用いた手法では、解の振動は生じていないことが解る。

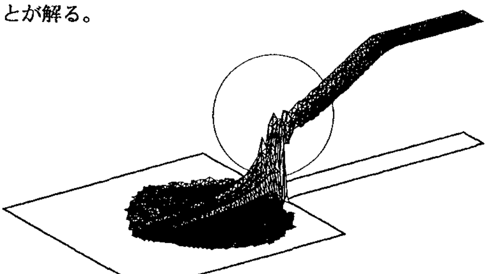


図 4 同時補間による計算結果

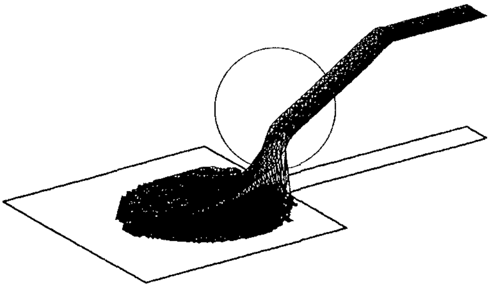


図 5 混合補間による計算結果

6. 結言

浅水長波流れの有限要素法解析について、空間方向の離散化に気泡関数要素と 1 次要素を適用した混合補間を用い、時間方向の離散化に整合質量行列を使用し、BTD 法を適用することの利点は、1) 1 次要素による同次補間の手法と比較して、不規則メッシュでの解の振動が生じないこと、2) 3 段階陽解法に比べて計算が安定であり、かつ高精度に計算が行えること、であることを示した。今後は、この手法を用いた現地解析の適用について、検討してゆく所存である。

参考文献

[1] Umetsu,T. : A boundary condition technique of moving boundary simulation for broken dam problem by three-step explicit finite element method, Advances in Hydro-Seience and Engineering, vol II,China,pp394-399,1995

[2] 松本純一, 梅津剛 : 気泡関数を用いた陽的有限要素解析の検討, 第 8 回数値流体シンポジウム,pp635-638,1994