

II-259

蛇行部における流れの3次元性について

立命館大学理工学部 正員 ○ 小澤功一

立命館大学大学院 学生員 栗原 基

立命館大学大学院 学生員 松木 敬

1. まえがき 河川の蛇行部における流れを解析的に解くには、浅水方程式を用いて摂動展開することによって得られる。しかし、凹岸部における河床の洗掘量を見積もったりするには流速の水深平均値のみでは不十分であり、水深方向の分布の状況を知る必要がある。この分布について、摂動法の2次解を利用して求め、その解の妥当性を調べるために、解を運動方程式に代入してその残差を検討した。この場合、蛇行の形状に関してどこまで適用できるのか、またフルード数をパラメータにしたときはどのようなことになるのかについて考察した。さらにその解による計算値と実測値とを比較することによっても解の妥当性を検討した。

2. 解析解 解析に用いる縦・横断方向の運動方程式はそれぞれ式(1),(2)のようである。

$$u_s \frac{\partial u_s}{\partial s_a} + u_n \frac{\partial u_s}{\partial n_a} + \frac{u_s \cdot u_n}{r_s} + g \frac{\partial}{\partial s_a} (h_a + z_b) - \nu_t \frac{\partial^2 u_s}{\partial z_a^2} = 0 \quad (1)$$

$$u_s \frac{\partial u_n}{\partial s_a} + u_n \frac{\partial u_n}{\partial n_a} - \frac{u_s^2}{r_s} + g \frac{\partial h_a}{\partial n_a} - \nu_t \frac{\partial^2 u_n}{\partial z_a^2} = 0 \quad (2)$$

主流、二次流の3次元的な分布は次のように求められる。まず式(1)の微小項である第1～3項を省略した式を水深方向に2回積分して主流の分布を求める。また式(2)の第1～2項を省略して二次流の分布を求める。これらの主流、二次流を式(1),(2)の左辺第1～5項に代入して水深方向に2回積分してそれぞれの解を求める。境界条件としては、水面においてせん断力は0である事と水深平均値としては、浅水方程式を摂動展開して得られた解を用いている。結果は主流について $\hat{u}_s (=u_s/V) = O_7 + O_8 \xi + O_9 \xi^2 + O_{10} \xi^3 + O_{11} \xi^4 + O_{12} \xi^5 + O_{13} \xi^6 + O_{14} \xi^7 + O_{15} \xi^8 + O_{16} \xi^9 + O_{17} \xi^{10}$ (3)、二次流について $\hat{u}_n (=u_n/V) = P_8 + P_9 \xi + P_{10} \xi^2 + P_{11} \xi^3 + P_{12} \xi^4 + P_{13} \xi^5 + P_{14} \xi^6 + P_{15} \xi^7 + P_{16} \xi^8 + P_{17} \xi^9 + P_{18} \xi^{10} + P_{19} \xi^{11} + P_{20} \xi^{12} + P_{21} \xi^{13} + P_{22} \xi^{14}$ (4) となる。ここに、 $O_7, O_8 \dots O_{17}, P_8, P_9 \dots P_{22}$ は (s, n) の関数である。ここに $s = s_0/R, n = n_0/(B_0/2)$ であり s_0, n_0 はそれぞれ縦断・横断方向の座標、渦動粘性係数 $\nu_t = \alpha u_* h_a, \alpha = 0.066, \xi = z/h_a$ 、河床形 $\eta (=h/H_0)$ については、平衡状態における流砂の連続式を摂動展開して求めている。

3. 実測値との比較 実測値が得られた水路は図-1 のようである。水路幅 $B_0 = 0.2\text{m}$, 蛇行長 $L = 2.8\text{m}$, 最大偏角 $\theta_0 = 55^\circ$ である。水路の底面は中央粒径 0.74mm の砂であり、平衡状態に達している。この水路の上・下流端と $L/5$ 毎の計6断面のそれぞれにおいて横断方向に $B_0/10$ 毎に9点、水深方向には $h/6$ 毎に5点の位置での主流速の実測値と計算値とを比較すると図

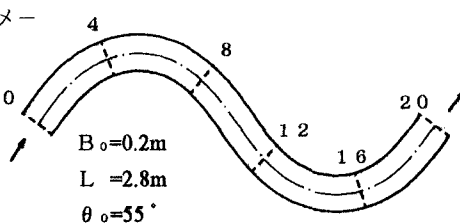
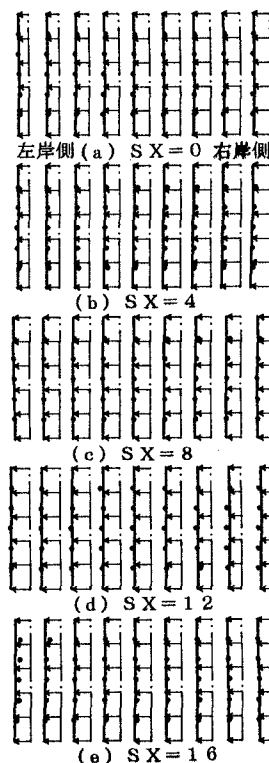


図-1 蛇行水路

図-2 主流速の分布
(計算値と実測値)

蛇行流 主流 二次流 流速分布 残差

(草津市野路東 1-1-1 立命館大学 0775-66-1111・0775-61-2667)

-2 のようである。流量 $Q=2.9 \text{ l/s}$, 平均水深 $H_0=4.66\text{cm}$ ($F=0.46$) である。計算値は式(3)から求めている。実測値と計算値とを比較するとほぼ一致していると見ることができる。SX=16 断面の左岸側でわずかにずれている程度である。

4. 残差 水深方向に平均した運動方程式の各項の値を次のようにして求める。主流、二次流に関する水深平均については $\overline{u_s u_s} = k_{ss}(s, n) \overline{u_s} \cdot \overline{u_s}$, $\overline{u_s u_n} = k_{sn}(s, n) \overline{u_s} \cdot \overline{u_n}$, $\overline{u_n u_n} = k_{nn}(s, n) \overline{u_n} \cdot \overline{u_n}$ のように係数を考慮し、縦断方向の摩擦項については $(f/2) k_{ss}(s, n) \overline{u_s}^2 / h$ とし、横断方向のそれについてはオーダー的な評価から $(f/2) k_{ss}(s, n) \overline{u_s}^2 / h \cdot \varepsilon^2$ としている。ここに $\varepsilon = (B_0/2)/R$ である。運動方程式(1),(2)の水深平均についての各項の値を計算して縦断方向への分布を示すと図-3,4 のようである。横断方向の位置については(a)右岸側の側壁に近い位置($n=3/5$)と(b)中央部($n=1/5$)について示している。この場合の最大偏角、Froude 数はそれぞれ $\theta = 55^\circ$, $F=0.46$ である。これらの図には各項の値の代数和をとった残差も示されている。図-4 において不連続な値が現れるのは、二次流の水深平均が0に近い値になるからである。Froude 数をパラメータにして($\theta = 55^\circ$) 縦断方向の運動方程式の残差を前と同じ位置で示すと図-5 のようである。この場合の残差は各項の値の絶対値の和で割った割合で示している。また最大偏角 θ をパラメータにして($F=0.46$) 縦断方向の運動方程式の残差を同様に示すと図-6 のようである。

5. あとがき 蛇行流路における流速の水深方向の分布について、まず近似式を求め次いでそれも用いて詳細な解を求めた。この解の妥当性、適用範囲を調べるために実測結果との比較

をした。またその解を運動方程式に代入して残差を計算した。その結果は実測値と良く一致し、残差についても最大偏角が

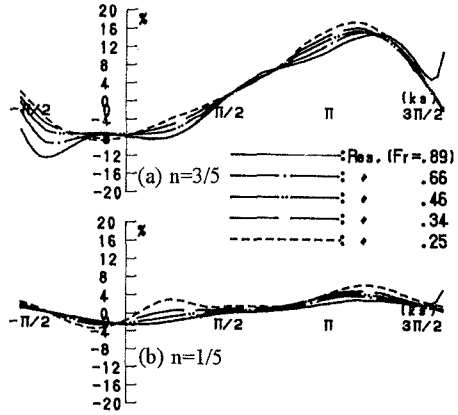


図-5 残差 (パラメータ: F_r)

55° 程度以下であれば充分小さな値となった。また Froude 数をパラメータにした場合の残差に関してはそれが1に近い値の場合を除いてほぼ妥当な結果が得られた。

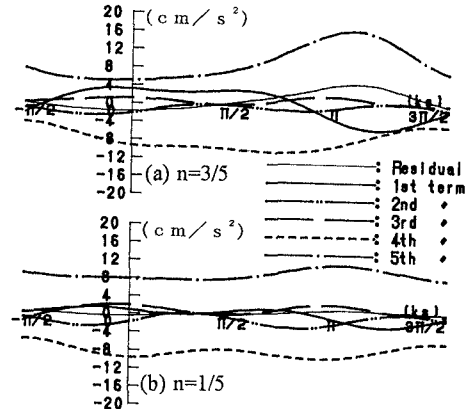


図-3 各項の値 (縦断方向の運動方程式)

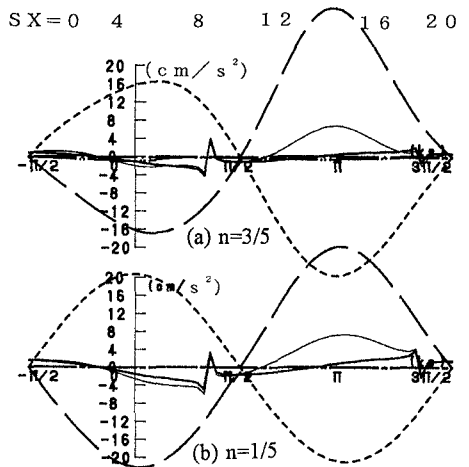


図-4 各項の値 (横断方向の運動方程式)

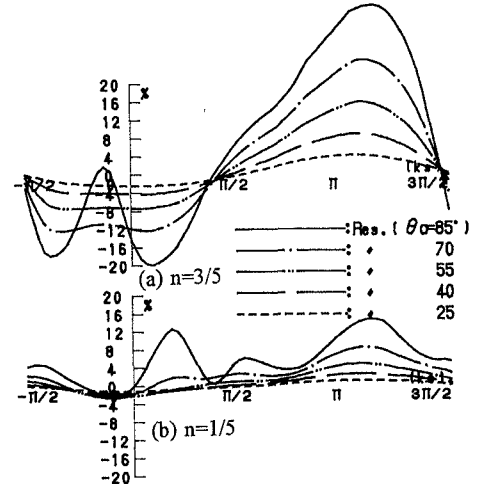


図-6 残差 (パラメータ: θ)