

II-224 固体粒子を浮遊する非ブーシネスク流体の乱流モデルの提案

ダイヤコンサルタント 正会員 ○鏡原 聖史
長岡技術科学大学工学部 正会員 福岡 祐介

1. はじめに

固体粒子を浮遊する気体流れの多くは密度変化が大きく、その効果を重力項以外でも考慮することが必要な非ブーシネスク流体と考えられる。本稿は非ブーシネスク流体に対して $k-\varepsilon$ 乱流モデルを発展させて、その基礎方程式を導き、これを開水路の浮遊砂流（図-1）に適用した結果について述べる。

2. 非ブーシネスク流の $k-\varepsilon$ 乱流モデル

比較的単純な非ブーシネスク流体として、固体粒子の濃度 c が1に比べて十分小さい場合を考える。すなわち、固体粒子の密度 ρ_s が流体の密度 ρ_a に比べてかなり大きく、 $1 \ll c$ の条件の下でも、相対密度差は $\Delta\rho/\rho_a \gg 1$ となる場合がある。このような現象の代表例として、雪崩、吹雪などが挙げられる。

混相流の密度 ρ は、次のようになる。

$$\rho = \rho_a(1 - c) + \rho_s c = \rho_a(1 + Rc) \quad (1)$$

ここで、 $R = (\rho_s - \rho_a)/\rho_a$ は流体中での比重であり、 $Rc = \Delta\rho/\rho_a$ が相対密度差である。

固体粒子の拡散方程式、 x 方向のレイノルズ方程式、乱れエネルギー k の方程式、分子粘性逸散率 ε の方程式は次のようになる。

$$\frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{dc}{dz} = -w_s \cos \theta (c - F_s) \quad (2)$$

$$\frac{d}{dz} \left(\rho \nu_t \frac{du}{dz} \right) + \rho_a R \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{dc}{dz} \frac{du}{dz} + \rho_a (1 + Rc) g \sin \theta = 0 \quad (3)$$

$$\frac{d}{dz} \left(\rho \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{dk}{dz} \right) + P + G - \rho \varepsilon = 0 \quad (4)$$

$$\frac{d}{dz} \left(\rho \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{dz} \right) + c_{1\varepsilon} \{ P + (1 - c_{3\varepsilon}) G \} - c_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} = 0 \quad (5)$$

$$\nu_t = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (6)$$

ここで、 g は重力加速度、 z は上向きの座標、 w_s は固体粒子の沈降速度、 θ は斜面の傾斜角、 $w_s F_s$ は鉛直方向の沈降フラックス、 σ_t は渦拡散係数と渦動粘性係数

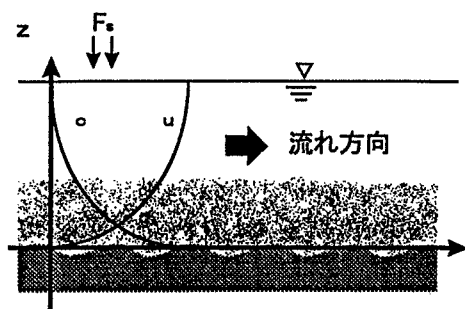


図1: 開水路浮遊砂流の模式図

ν_t との比、 σ_k 、 σ_ε 、 $c_{1\varepsilon}$ 、 $c_{2\varepsilon}$ 、 $c_{3\varepsilon}$ 、 c_μ は $k-\varepsilon$ 乱流モデルの数値定数である。また、乱れエネルギーの生成項 P 、負の生成項 G は、次のように表される。

$$P = \rho \nu_t \left(\frac{du}{dz} \right)^2 + \rho_a R \frac{\nu_t}{\sigma_t} u \frac{du}{dz} \frac{dc}{dz} + u^2 \rho_a R \frac{d}{dz} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{dc}{dz} \right) \quad (7)$$

$$G = g \cos \theta \rho_a R \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{dc}{dz} \quad (8)$$

境界条件は次のようになる。

$z = z_0$ (底面近傍) で

$$\begin{aligned} \frac{u}{u_*} &= \frac{1}{\kappa} \ln \frac{z_0}{k_s} + Ar; & \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{dc}{dz} &= -w_s E_s; \\ k &= \frac{u_*^2}{\sqrt{c_\mu}}; & \varepsilon &= \frac{u_*^3}{\kappa z_0} \end{aligned} \quad (9)$$

$z = z_1$ で

$$\frac{du}{dz} = \frac{dk}{dz} = \frac{d\varepsilon}{dz} = 0 \quad (10)$$

ここで、 u_* は摩擦速度、 κ はカルマン定数、 k_s は相当粗度、 Ar は無次元定数(=8.5)、 E_s は固体粒子の連行係数である。

非ブーシネスク流体としたことの効果は、拡散項の中で密度が考慮されていること、及び、式(3)の第二項、式(7)の第二項、第三項が考慮されていることに現れている。

3. 開水路の浮遊砂流への適用

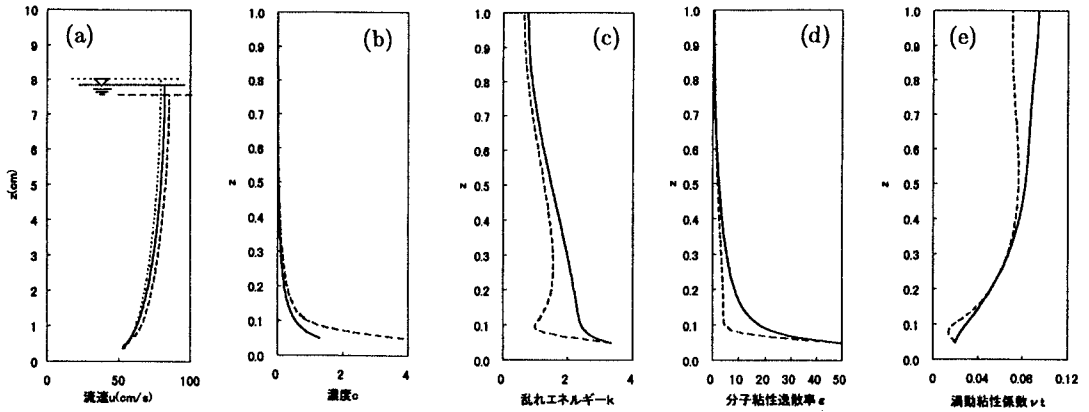


図 3: 浮遊砂濃度を変化させたときの計算値の比較、実線(q_s が1倍)、破線(q_s が2倍)、点線($q_s = 0$)

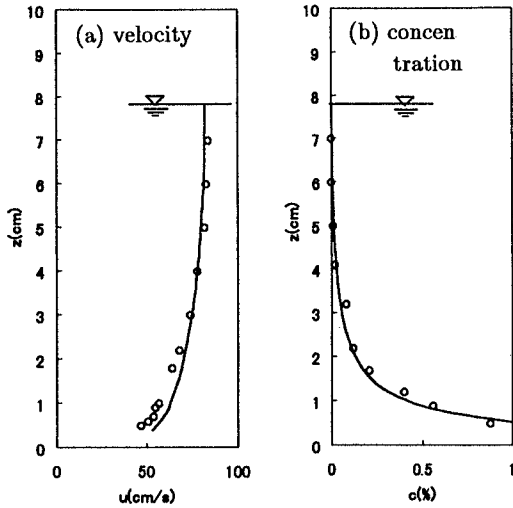


図 2: 流速分布と濃度分布の計算値と実測値の比較 (Vanoni and Nomicos¹⁾ Run 5)、○印は実測値、曲線は計算結果

式(2)から(6)を無次元化したのち、さらに変数を離散化し、数値計算を行った。計算では、単位幅流量 q 、単位幅流砂量 q_s を与えた。無次元パラメータ k_s/h 、 σ_s を変化させ、流速分布と濃度分布が最も一致するように値を定めた。

図-2に数値計算結果を Vanoni and Nomicos¹⁾(Run 5)の実験値と比較したものを示す。これより、流速分布、濃度分布についての数値解は、実測値を良好に説明できることがわかる。

図-3に Vanoni and Nomicos¹⁾の Run 5 と同じ条件で、浮遊砂量のみを0倍(浮遊砂量が零)、1倍(Run 5)

、2倍に変化させた場合の計算結果を示す。これは浮遊砂量を変化させたとき、流れの乱流構造がどのように変わるかを調べたものである。図-3(a)に流速分布を有次元で示している。この図より明らかなように、流砂量が大きくなるほど水深は小さくなり、流速は増加する。浮遊砂流では従来より、浮遊砂量の増加に伴って抵抗が減少することが知られており、本計算によってこの機構を説明することができる。

(b)の図より q_s の増加によって特に水路床付近で濃度勾配がきわめて大きくなることがわかる。(c)、(d)の乱れエネルギー k と分子粘性逸散率 ϵ の図より、底面の近傍で k 、 ϵ ともに大きく減少している。これは(b)の濃度分布が底面付近で大きな濃度勾配をとることに対応する。式(4)と(5)に含まれる G (式(8))が濃度勾配の増加に伴う乱れエネルギーの負の生成率が大きくなるためである。

(e)の図は渦動粘性係数 ν_t の分布である。流砂量が大きいほど、底面付近の濃度勾配が大きくなるにしたがって、流れの全領域で ν_t が減少していることがわかる。従来より、浮遊砂流ではカルマン定数が小さくなり、見かけの抵抗係数が減少することが指摘されている。この図の結果はその現象を裏付けるものである。

参考文献

- 1) Vanoni, V. A. and Nomicos, G. N., Resistance properties of sediment-laden streams, Trans. ASCE, Vol. 125, pp. 1140-1167, 1960.
- 2) 福嶋祐介、開水路浮遊砂流の乱流モデルによる解析、第30回水理講演会論文集, pp.631-636, 1986。