

清水建設(株) 正会員 大坂 忠史
室蘭工業大学 正会員 藤間 聡
室蘭工業大学 学生員 日下 裕貴

1. はじめに

地下水資源の有効利用および水質保全対策を講ずるには、自然的、人為的要因による地下水応答を合理的かつ的確に予測することが重要である。このため地下水流動方程式のパラメータである透水係数、透水量係数等の正確な算定法の確立が必要となる。

本研究では、利用可能な観測値および事前情報が少ない地下水流動を解析対象とし、誤差処理にカルマンフィルタ理論、非観測地点の地下水位の推定にバリオグラムを適用して、帯水層パラメータの空間分布を推定する。

2. 観測地下水位の誤差処理

地下水位観測値から帯水層パラメータを求める逆問題において、観測値に誤差が含まれていると、同定すべきパラメータは最適値に収束せず、ときには物理的に許容できない値を得る場合がある。従って、本研究ではカルマン・フィルタ理論の固定区間スモージングを適用して誤差を分離し、観測地下水の平滑推定値を求め、以後の解析において観測値として用いることにした。

3. 非観測地点の地下水位の推定

前節の方法により観測誤差の処理を行った後、トレンドを除いた地下水位変動量を確率変数として考え、非観測地点の地下水位を統計的手法を用いて推定する。本研究では地下水位の変動成分の分散を一定とする代わりに、弱定常過程の成立条件を緩和するとともに変動成分の統計的空間分布をより正確に表現できると考えられるバリオグラムを導入する。バリオグラムは、二点間の状態変数の差の分散を定義するもので、距離 d はなれた二点の地下水位の差の分散が移動に際し不変とするものであり次式によって与えられる。

$$\gamma(d) = \frac{1}{2N(d)} \sum_{i=1}^{N(d)} [h(X_i + d) - h(X_i)]^2 \quad (1)$$

ここに、 $\gamma(d)$ はバリオグラム、 $h(X_i)$ は観測地点 i における地下水位、 d は二点間の距離、 N は観測点数を示す。任意の非観測地点における地下水位は次式で示される線形回帰式により推定を行う。

$$h^*(X_0) = \sum_{i=1}^N \lambda'_i h(X_i) \quad (2)$$

ここに、 h^* は非観測地点 X_0 における地下水位推定値、 h は観測地点 X_i における地下水位観測値、 λ'_i は h の重み係数である。(2)式が最良不偏推定式となるために、推定誤差の平

均が零の不偏性を有すること、推定誤差の共分散が最小となることの2つの条件を満足しなければならない。そこで、(2)式の重み係数 λ'_i を推定誤差の不偏性と分散の最小化により最適同定する。

$$\sum_{i=1}^N \lambda'_i \gamma(X_i - X_j) + \mu = \gamma(X_i - X_0) \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^N \lambda'_i = 1 \quad j = 1, \dots, N \quad (4)$$

上記2式を解くことにより、最良近似式の係数 λ'_i が決定される。一方、この最良近似式による推定誤差の分散は、次式で与えられる。

$$\text{Var}[h_0^* - h_0] = \sum_{i=1}^N \lambda'_i \gamma(X_i - X_0) + \mu \quad (5)$$

ここに、 μ は未定係数を表わす。

以上の方法で定式化した最良近似式が正しく任意地点の地下水位を推定するには、推定値に偏りがなく誤差の分散が最小でなくてはならない。これを検証するには、各観測地点の地下水位を、当該点を除き他の観測地点の値を用いて推定する。この近似式が適切に選定されているならば、誤差の平均は0となり、観測値との分散と(5)式の分散の相対比は1となる。

$$E[(h_i^* - h_i)] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [h_i^*(X_i) - h_i(X_i)] = 0 \quad (6)$$

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{h_i^*(X_i) - h_i(X_i)}{\sigma} \right]^2 = 1 \quad (7)$$

$$\sigma^2 = \text{Var}[h_0^* - h_0] \quad (8)$$

ここに、 N は観測点数を示す。上記の2条件が(2)式の妥当性を判定する。観測地点における平均地下水位は空間的に変動するため、3次多項式からなる回帰式により推定を行う。

4. 透水量係数の空間分布の推定

前節で得られた地下水位から透水量係数の空間分布を推定する。本解析では次式で示される平面二次元定常地下水流動方程式に関して非線形最小二乗による最適化手法を用いて推定する。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T(x, y) \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T(x, y) \frac{\partial h}{\partial y} \right) + Q(x, y) = 0 \quad (9)$$

ここに、 h は地下水位、 T は透水量係数、 Q は涵養量または揚水量、 x, y は平面座標を示す。観測地点における透水量係

透水係数、透水量係数、地下水位、バリオグラム、逆問題

〒050 北海道室蘭市水元町 27-1

TEL0143-47-3176

FAX 0143-47-3406

数の最適値は観測地下水位に対するモデルによる計算地下水位の残差平方和を最小にするものと考え、最適解を探索するための評価基準として次式を採用する。

$$I(T) = \sum_{i=1}^M W_i [h_i - \hat{h}_i(T)]^2 \quad (10)$$

式中の I は評価基準、 h_i は観測地下水位、 $\hat{h}_i(T)$ は計算地下水位、 W_i は重みで、ここでは $W_i = 1$ とする。(10)式を透水量係数 T に関して最小化を行うと次式を得る。

$$\frac{\partial I(T)}{\partial T_m} = \sum_{i=1}^M J_{T_i}^T \{h_i - \hat{h}_i(T)\} = 0 \quad m = 1, \dots, M \quad (11)$$

ここに、 $J_{T_i}^T$ はヤコビアン行列と呼称される地下水位 h の透水量係数 T に関する偏微分係数である。また上付添字 T は転置を示す。ここで、 M は同定すべき透水量係数の総数に対応する。

地下水位は透水量係数の関数形であるため、(11)式は非線形となり、直接解を求めることができない。そこで、テイラー展開を行い、一次項のみを考慮した線形近似式を考え、次式で示す反復改良法により残差平方和を最小にする透水量係数を求めることにする。

$$T(n+1) = T(n) + (J_T^T J_T)^{-1} J_T^T \{h_i - \hat{h}_i(T)\} \quad (12)$$

ここに、 n は反復回数を示す。上記の同定過程において、透水量係数 T が修正されるごとに評価基準 I の計算を行い、それが極小となるときの T を最適同定値とした。

5. 解析結果

解析領域は北海道南部胆振地方に位置する東西2.5 km、南北1.0 kmの不圧帯水層である。この地域の地質は最下層がシルト質土で構成されその上には軽石層、火砕流堆積物層が広範囲に分布している。これらの堆積層はいずれも高い透水性を有する。領域には14個の自記水位計が設置されており、使用するデータは1996年1月1日から3月1日までの冬季61日間とする。

1) 非観測地点における地下水位の推定

地下水位観測値からトレンドを除いた変動量を距離350m刻みで階級分けを行い、バリオグラムを求めた結果を図-1に示す。同図から2600mまではほぼ線形関係を有していることが認められ、理論バリオグラムは次式で与えられる。

$$\gamma(d) = 1.5537 \times 10^{-7} d \quad d \leq 2600 \text{ m} \quad (13)$$

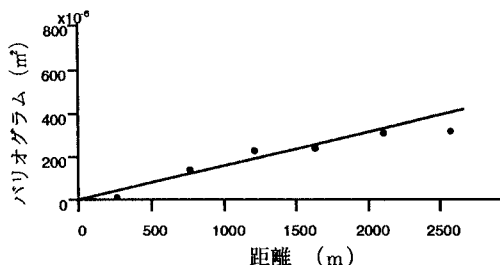


図-1 地下水位変動量のバリオグラム

ここで、上記の理論バリオグラムを用いて地下水位を推定する場合、最適推定値を得るかどうかを検討する。

各観測地点の地下水位を直径2600mの円内にある当該点を除いた観測値を使用して地下水位を推定すると、(6)式の偏差は0.092、(7)式の相対分散比は1.015であり、それぞれ条件をほぼ満たしていることから、本理論バリオグラムは最良近似を与えることが認められる。

2) 透水量係数の空間分布推定

領域を220節点、190要素の小矩形領域に分割し、各要素に透水量係数の初期値1500 m²/dayを与えた。境界上の58節点に推定地下水位を与え、内部の162節点の地下水位を計算し、許容誤差以内に入るまで計算を行う。

3) 透水係数の空間分布推定

空間的に変化する不透水層の位置を5次多項式からなる回帰式により推定を行い、不透水面からの水深を求め、透水係数は水深と透水量係数を用いて次式で求めた。

$$k = T/H \quad (14)$$

ここに、 k は透水係数、 T は透水量係数、 H は水深をそれぞれ示す。その結果を図-2に示す。推定透水係数は現地火山灰・軽石層の実測値100～200 m/dayと一致する。透水係数は帯水層の北から南へ向けて徐々に大きくなっていることが認められる。これは軽石層に比較して透水係数の小さな火砕流堆積層が南側に向かって狭窄していることに起因すると考えられる。

4) 地下水の流速・流向の推定

ダルシー則により、地下水の流速・流向を求めた結果を図-3に示す。図中の地下水流速は0.24～1.13 m/dayの範囲にある。流向は地下水位の等高線と垂直方向の北から南へ流動し、帯水層南端に位置する河川を涵養している。

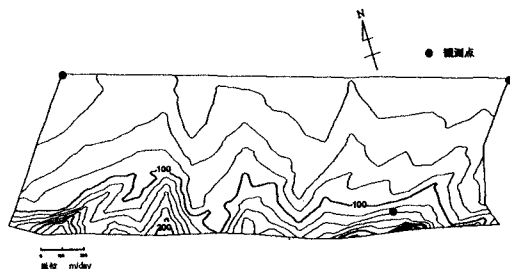


図-2 透水係数の推定空間分布図

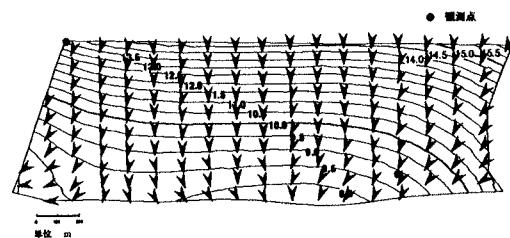


図-3 地下水位等高線及び地下水の流向