

II-95 カルマンフィルタと有限要素法を用いた長波流れの推定

中央大学 学生員 近藤 博一
中央大学 正員 川原 睦人

1 はじめに

海洋構造物を計画、施工する際や、沿岸地域の防災、船舶運航の安全確保のためには的確な波浪の予測を行う事が極めて重要である。

そこで本研究は、カルマンフィルタを用いて波浪の予測を行う事を目的としたものである。

カルマンフィルタとは、観測データに基づいた条件付き期待値より状態量を逐次決定的に最適推定を行うものである。同理論では状態量を表現する方程式(状態方程式)と、観測系を表現する方程式(観測方程式)に分かれている。

本報告では、浅水長波の理論に基づいた有限要素法を状態方程式に組み込んだ。また、観測方程式には、同手法より求めた水位変動量に正規乱数を加えた疑似観測値と千葉県御宿海岸において実際に測定した観測値を用いた。この二つの方程式を基礎方程式としたカルマンフィルタを用いて水位変動量の推定を行った。

2 有限要素法

2.1 基礎方程式

基礎方程式として、以下の線形浅水長波方程式を用いる。

<運動方程式>

$$\ddot{u}_i + g\zeta_{i,i} = 0 \quad (1)$$

<連続式>

$$\dot{\zeta} + hu_{i,i} = 0 \quad (2)$$

ここに u_i は鉛直方向平均流速、 g は重力加速度、 ζ は水位変動量、 h は水深を表す。

2.2 境界条件

境界 Γ_1 で

$$\zeta = \hat{\zeta}_0 \quad \text{On } \Gamma_1 \quad (3)$$

境界 Γ_2 で

$$u_n = 0 \quad \text{On } \Gamma_2 \quad (4)$$

ここに、 $\hat{\zeta}$ は既知量を u_n は法線方向の流速を表す。

2.3 有限要素方程式

数値解析手法としては、三角形一次要素を用いた有限要素法を適用した。離散化された有限要素方程式は次式で表される。

$$M_{\alpha\beta}\dot{u}_{\beta i} + gH_{\alpha\beta i}\zeta_{\beta} = 0 \quad (5)$$

$$M_{\alpha\beta}\dot{\zeta}_{\beta} + hH_{\alpha\beta i}u_{\beta i} = 0 \quad (6)$$

ここに、質量行列 $M_{\alpha\beta}$ と係数行列は、一次の補間関数 Φ_{α} を用いて以下のように表される。

$$M_{\alpha\beta} = \int_{\Omega} (\Phi_{\alpha}\Phi_{\beta})d\Omega, \quad H_{\alpha\beta i} = \int_{\Omega} (\Phi_{\alpha}\Phi_{\beta,i})d\Omega$$

また、時間方向の離散化は一段階陽的解法を用いた。

3 カルマンフィルタ

3.1 基礎方程式

<状態方程式>

$$x_{t+1} = F_t x_t + G_t w_t \quad (7)$$

<観測方程式>

$$y_{t+1} = H_t x_t + v_t \quad (8)$$

ここに、 x は状態ベクトル、 F は状態遷移行列、 G は駆動行列、 H は観測行列、 y は観測ベクトル w はシステム雑音、 v は観測雑音である。

ここで w_t 、 v_t は互いに独立な白色雑音であり、次のような関係がある。

$$p(w) \sim N(0, Q) \quad (9)$$

$$p(v) \sim N(0, R) \quad (10)$$

ここに、 N は正規分布を表している。また、 Q 、 R はそれぞれシステムおよび観測雑音の分散である。

3.2 最適推定値の導出

カルマンフィルターのアルゴリズムを以下に示す。

キーワード : 有限要素法、カルマンフィルタ

中央大学大学院理工学研究科 (〒 112 東京都文京区春日 1-13-27, TEL 03-3817-1814, FAX 03-3817-1803)

初期条件

$$\hat{x}_{0/-1} = \bar{x}_0, P_{0/-1} = V_0 \quad (11)$$

時間更新

$$\hat{x}_{t+1/t} = F_t \hat{x}_{t/t} \quad (12)$$

$$P_{t+1/t} = F_t P_{t/t} F_t^T + G_t Q_t G_t^T \quad (13)$$

観測更新

$$K_t = P_{t/t-1} H_t^T (R_t + H_t P_{t/t-1} H_t^T)^{-1} \quad (14)$$

$$\hat{x}_{t/t} = \hat{x}_{t/t-1} + K_t (y_t - H_t \hat{x}_{t/t-1}) \quad (15)$$

$$P_{t/t} = (I - K_t H_K) P_{t/t-1} \quad (16)$$

ここに、 $\hat{x}$ は最適推定、 K はカルマンゲイン、 P は推定誤差分散を表す。

4 解析例 1

解析領域、有限要素分割を Fig.1 に示す。 $\Delta x = 0.2m$ 、 $\Delta y = 0.4m$ 、総節点数 33、総要素数 40 である。

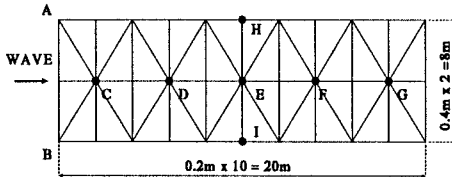


Fig. 1 有限要素分割図

振幅 1.0m、周期 2.0sec の正弦波を Fig.1 の境界 AB より入射させ、点 H、E、I での流速、水位変動量の時系列を有限要素法 (F.E.M) 求める。この点で求めた値に標準偏差 0.05 の正規乱数を加えたものを疑似観測値とした (Fig.2)。

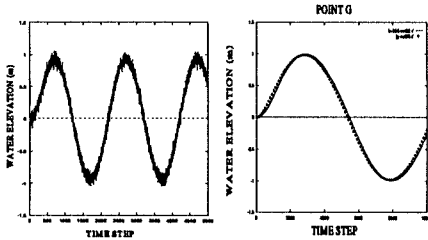


Fig. 2 疑似観測値 Fig. 3 推定結果

Fig.3 は、Fig.2 の疑似観測値のみを用いカルマンフィルタで水位変動量を推定した結果と、F.E.M により求めた結果を比較したものである。実線が推定結果を表し、点線が F.E.M の結果を表す。

以上の結果より、疑似観測値より水位変動量の推定を行うことができた。

5 解析例 2

次に、疑似観測値ではなく、実際に測定した観測値を用い、長波流れの推定を行なった。

解析領域と有限要素分割図は Fig.4 に示す。この解析領域は、千葉県御宿海岸である。総節点数 469、総要素数 269 である。ポイント NO.1～NO.6 において水位変動量、流速の観測を行なった。ポイント NO.1～NO.5 における観測値を数値解析の観測値に使用した。また、ポイント NO.6 における観測値は推定結果と比較するために用いた。

Fig.5 に、水位変動量の推定結果と観測値の比較を行なったものを示す。実線が推定結果で、破線が観測値を表している。

推定結果と観測値は、良い一致を示している。

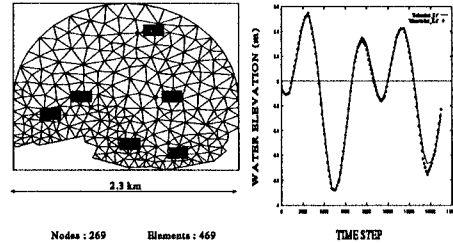


Fig. 4 有限要素分割図 Fig. 5 推定結果

6 おわりに

本研究では、疑似観測値と実際の観測値を用いカルマンフィルタと有限要素法を用い浅水域における長波流れの推定を検討した。

解析例 1、2 に関しても、良く一致しており、疑似観測値、実際の観測値を用い長波流れの推定を行うことができた。

参考文献

- [1] 片山 徹”応用カルマンフィルタ” 朝倉出版,1983
- [2] 稲本 耕介”カルマンフィルタを用いた非定常波浪伝播現象の最適推定に関する基礎研究” 中央大学博士前期課程学位論文,1995
- [3] Yutaka Hayakawa, Mutsuto Kawahara, "Tidal flow analysis using Kalman filter", APCOM, Seoul, Korea, 1996