

港湾波浪場の三次元数値シミュレーション

京都大学工学研究科土木工学専攻	学 孫 大鵬
京都大学工学研究科土木工学専攻	正 酒井哲郎
京都大学防災研究所	正 間瀬 肇

1. はじめに

波浪変形についての研究は進展しつつある。近年では、港湾設計に際して港内における波浪場を求めるために、多大な労力を要する水理模型実験にかわり、様々な数値解析が行われるようになった。そのなかで、速度ポテンシャルを用いる三次元数値シミュレーションは、流体閉領域内の波動が境界条件によってのみ規定され、波浪変形の諸要素に特に考慮を払うことなく速度ポテンシャルを解くことができる、現地波浪状況に近い数値解析と考えられる。このように境界条件および運動方程式を厳密に満たす数値モデルを実用化することは、海岸工学上極めて重要な課題になっている。本研究では、ポテンシャル理論に基づき、波の速度ポテンシャルについての三次元Laplace方程式を直接解く境界要素法による数値シミュレーション手法を開発する。

2. 基礎方程式

Fig.1に示したように、入射面、自由水面、岸壁および海底からなる港湾波浪場の閉領域において、波の速度ポテンシャル $\Phi(x,y,z,t)$ を下のように与える。

$$\Phi(x,y,z,t) = \frac{g\tilde{H}_i}{2\omega} \phi(x,y,z) \exp(-i\omega t) \quad (1)$$

ここで、 \tilde{H}_i は入射波の波高、 ω は角周波数、 k は波数、 g は重力加速度である。ポテンシャル $\phi(x,y,z)$ はLaplace方程式を満たす。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2)$$

Greenの定理によると、閉領域境界点M(x,y,z)での ϕ 値は、他の境界点P(ξ,η,ζ)での ϕ 値とその法線方向微係数 ϕ_n によって次のように閉領域境界の面積分で表される。

$$\phi(x,y,z) = -\frac{1}{2\pi} \iint \left[\phi(\xi,\eta,\zeta) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial \phi(\xi,\eta,\zeta)}{\partial n} \right] ds \quad (3)$$

$$\text{ここで, } r = \sqrt{(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2 + (\zeta-z)^2}$$

Fig.2に示す港湾の沖側では、波の速度ポテンシャルは二つの部分からなっている。一つは入射波のポテンシャル $\tilde{\Phi}_i$ であり、もう一つは岸側からの散乱波のポテンシャル Φ_d である。即ち

$$\Phi_{\omega}(x,y,z,t) = \tilde{\Phi}_i(x,y,z,t) + \Phi_d(x,y,z,t) \quad (4)$$

ただし 沖側の水深 h が一定と考えられる場合には、散乱波の速度ポテンシャルは

$$\Phi_d(x,y,z,t) = \frac{g\tilde{H}_i}{2\omega} f_i(x,y) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \exp(-i\omega t)$$

と表すことができる。散乱波速度ポテンシャルは、次の二次元Helmholtz方程式を満たす。

$$\frac{\partial^2 f_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_i}{\partial y^2} + k^2 f_i = 0 \quad (5)$$

無限遠でSommerfeldの放射条件を満たすと仮定すると、下のような積分方程式となる。

$$f_i(\xi', \eta') = \int_{\Gamma'} \left\{ f_i(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial n'} \left[-\frac{i}{2} H_0^1(kR) \right] - \left[-\frac{i}{2} H_0^1(kR) \right] \frac{\partial f_i(\xi, \eta)}{\partial n'} \right\} ds \quad (6)$$

ここで、 (ξ, η) と (ξ', η') は境界面 Γ' 上にある任意二つ点である； $R = \sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta - \eta')^2}$ ； H_0^1 は0階第一種Hankel関数である； n' は外側の領域にとっての境界面の外向きの法線である。

固定表面境界においては、Berkhoff(1976)によって提案された部分反射条件を採用する、

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} + ka\phi = 0 \quad (7)$$

ここで、 a は理論反射係数と呼ばれる。

3. 長方形港湾波浪場の数値解析

Fig.2のような長方形港湾に対して、波高 H をもつ微小振幅波が沖側から伝播してきた場合の港内の増幅率を本三次元数値シミュレーションで求め、C.C. Mei(1974)の理論値と比較した。港湾の長さを $I=12.0m$ とし、港湾の幅を $2a=2.4m$ とした。境界での反射率の効果を検討するために、湾奥の反射率を $R=1.0$ (Fig.3)、および $R=0.0$ (Fig.4)とする。Fig.3のように、固定境界反射率 $R=1.0$ の場合の長方形港湾の軸線に沿っての増幅率の本数値シミュレーションの計算結果は、C.C. Meiの理論値と良く一致している。また、Fig.4のように、湾奥の反射率が $R=0.0$ の場合は、増幅率が1.0となる正しい結果を与える。なお、本数値シミュレーションでは一様水深の長方形港湾を対象としたが、任意形状、任意反射率の地形を取り扱うことができる。また本研究では、線形数値シミュレーションであるが、非線形の数値計算にも拡張可能である。

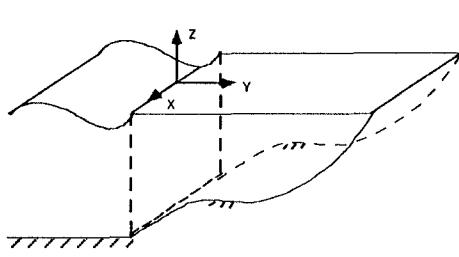


Fig. 1 三次元波浪場の概念図

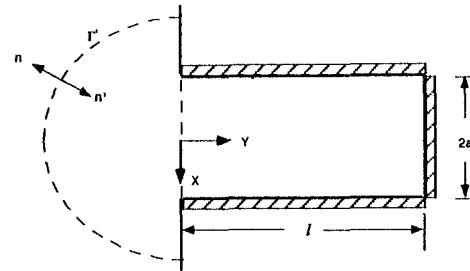


Fig. 2 長方形港湾計算領域

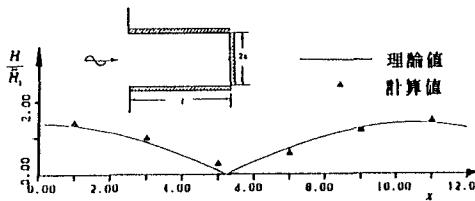


Fig. 3 $kl = 3.6, R = 1.0$ の港湾内の増幅率
(横軸は港湾端側から距離(m))

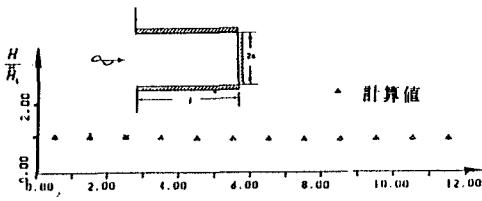


Fig. 4 $kl = 2.17, R = 0.0$ の港湾内の増幅率
(横軸は港湾端側から距離(m))