

I - B333

積層ゴムの大歪み、損傷、粘弾性を考慮した解析の一方法

日本大学理工学部土木工学科

正会員

塩尻 弘雄

日本大学理工学研究科土木工学専攻

金杉 正規

1. はじめに

積層ゴムの有限要素法による解析においては、通常ゴムを超弾性体と仮定し、汎用コードによる解析が行われている。しかし大歪み問題では、変形後にメッシュが大きくゆがむことにより、計算の安定性が低下する。また、ゴムの歪み速度依存性、荷重履歴依存性などの表現も困難である。ここでは、積層ゴムの1層を1要素と見なした特殊な有限要素法により¹⁾、大歪み時の安定性を向上させるとともに、Simon-Taylor理論等²⁾を適用して損傷や粘弾性を考慮し、非弾性挙動を再現することを試みた。

2. 方法

変形テンソルの第1、第2、第3の不変量を I_1 、 I_2 、 I_3 として $\hat{I}_1$ 、 $\hat{I}_2$ を(1)式のように定義する。

$$\hat{I}_1 = I_1 I_3^{-\frac{1}{3}} \quad \hat{I}_2 = I_2 I_3^{-\frac{2}{3}} \quad (1)$$

せん断ひずみのエネルギー関数を $W_{B(\hat{I}_1, \hat{I}_2)}$ 、 I_3 による付帯条件式を $f_{(I_3)}$ 、圧力 P によるコンプリメンタル

エネルギーを $g_{(P)}$ とすると混合型の定式化においてひずみエネルギー関数 W は(2)式ようになる。

$$W = W_{B(\hat{I}_1, \hat{I}_2)} - f_{(I_3)} P - g_{(P)} \quad (2)$$

非線形方程式を(3)式のように増分形方程式で表す。ただし Δ は実増分を表し、添え字の n は荷重ステップ数を表している。また γ_{ij} はGreenの歪みを、 t_{ij} は第2種のPiola-Kirchhoff応力テンソルを、 u_i は変位を表している。

$${}^{n+1}t_{ij} = {}^n t_{ij} + \Delta t_{ij} \quad {}^{n+1}\gamma_{ij} = {}^n \gamma_{ij} + \Delta \gamma_{ij} \quad {}^{n+1}I_3 = {}^n I_3 + \Delta I_{3i} \quad {}^{n+1}P = {}^n P + \Delta P_i \quad {}^{n+1}u_i = {}^n u_i + \Delta u_i \quad (3)$$

変位と圧力をそれぞれ独立した変数とし、(3)式を用いて仮想仕事の原理を適用する。グリーンの歪みテンソル γ_{ij} において $\bar{\gamma}_{ij}$ は線形部分を、 $\hat{\gamma}_{ij}$ は非線形部分を表す。

$$\int_{V_0} D_{ijkl} \Delta \bar{\gamma}_{kl} \delta \Delta \bar{\gamma}_{ij} dv + \int_{V_0} t_{ij} \delta \Delta \hat{\gamma}_{ij} dv + \int_{V_0} t_{ij} \delta \Delta \bar{\gamma}_{ij} dv - 2 \int_{V_0} c_{ij}^{-1} \frac{\partial f_{(I_3)}}{\partial I_3} I_3 \Delta P \delta \Delta \bar{\gamma}_{ij} dv = 0 \quad (4)$$

$$\int_{V_0} \frac{\partial^2 g_{(P)}}{\partial P^2} \Delta P \delta \Delta P dv + \int_{V_0} \frac{\partial g_{(P)}}{\partial P} \delta \Delta P dv + 2 \int_{V_0} \frac{\partial f_{(n)}}{\partial I_3} I_3 c_{ij}^{-1} \Delta \bar{\gamma}_{ij} \delta \Delta P dv + \int_{V_0} f_{(n)} \delta \Delta P dv = 0 \quad (5)$$

ダメージパラメータ ϕ_s を(6)式のように定義する。これを用いてゴムを粘弾性も考慮した場合の4階のテンソル D_{ijkl} は(7)式のように表されるものとする。ただし α はダメージ指数を表すパラメータ、 β はダメージ限界を表すパラメータである。

積層ゴム、大歪み、粘弾性、損傷、有限要素法

〒101 東京都千代田区神田駿河台1-8 TEL & FAX 03-3259-0876

$$\phi_s = \max \frac{1}{G_0} \sqrt{\sum_i \sum_j \left(\frac{\partial W_B}{\partial \gamma_{ij}} \right)^2} \quad (6)$$

$$D_{\text{gel}} = \frac{1}{G_s} \left\{ G_s + \frac{\nu}{\Delta t} (G_s - G_s) e^{-\frac{\nu}{\Delta t}} \right\} \left\{ (1-\beta) \frac{\frac{\phi_s}{\alpha} e^{-\frac{\nu}{\alpha}} - 1 + e^{-\frac{\nu}{\alpha}}}{\left(\frac{\phi_s}{\alpha} \right)^2} \frac{\partial W_s}{\partial \gamma_{ij}} \frac{\partial}{\partial \gamma_{ij}} \left(\frac{\phi_s}{\alpha} \right) + \left[\beta + (1-\beta) \frac{1 - e^{-\frac{\nu}{\alpha}}}{\frac{\phi_s}{\alpha}} \right] \frac{\partial}{\partial \gamma_{ij}} \left(\frac{\partial W_s}{\partial \gamma_{ij}} \right) \right\} - 2 \frac{\partial}{\partial \gamma_{ij}} \left[c_{ij}^i \frac{\partial^2 f_{(m)}}{\partial I_1} I_1 P \right] \quad (7)$$

3. 計算例

構成式には $\partial W / \partial I_1$ 、 $\partial W / \partial I_2$ を実験的にパラメーターフィットさせた。ゴム一層の厚さ8.4mm、鋼板の厚さ2mm、ゴムの半幅35mm、積層ゴムの全厚さ50mmとした5層超弾性体モデルで、垂直方向に17571.43Nの強制荷重、水平方向に100mmの強制変位を与えたときの計算例を以下に示す。変位と圧力の軸直角方向内挿関数多項式次数をそれぞれN、NDとし、変位と圧力の軸方向内挿関数フーリエ項数をそれぞれM、MDとする。図1はN=5、ND=4、M=7、MD=5としたときの解析結果と、実験結果、通常のFEM結果を比較したものである。図2は、ダメージを与えた状況を示す。

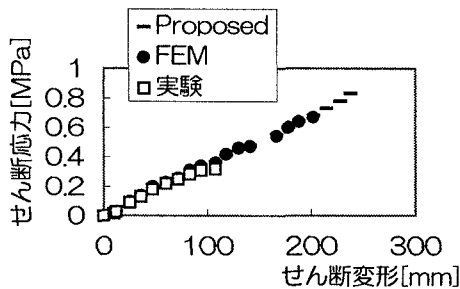


図1実験値と解析値の比較

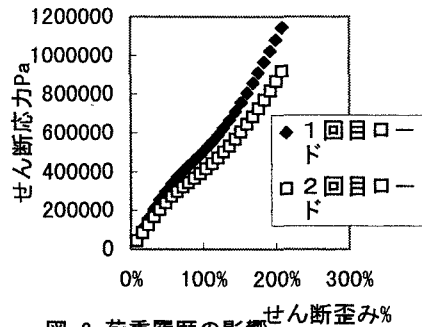


図2 荷重履歴の影響

図1よりそれぞれの方法における結果はほぼ一致したが、本手法では通常のFEM解析より大きな変形を与えても収束解を得た。図2より繰り返し荷重載荷の損傷が表現できた。

4. まとめ

積層ゴム解析のため1層を1要素とし、大歪み、損傷、粘弾性が扱え、内挿関数の次数を自由にコントロールできる特殊な有限要素法を開発し、既在のFEM、実験値と比較して有効性を確認した。

参考文献

- 1) 塩尻 弘雄 : 積層ゴムの大変形解析、日大生産工第26回学術講演会 1993.12.4
- 2) J. C. Simo: On A Fully Three-Dimensional Finite-Strain Viscoelastic Damage Model: Formulation and Computational Aspects, Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg. 60 (1987)
- 3) Y. Hukahori et al: A Large-Deformation Finite-Element Analysis for Multilayer Elastomeric Bearings, 133th American Chemical Society (1987)