

I - B219 変動軸力を受ける偏平ケーブルの分岐応答に及ぼす高次モードの影響

前田建設工業 正 員 ○花田博史
長崎大学工学部 フェロー 高橋和雄

1. まえがき 斜張橋の主塔もしくは主桁が風荷重や走行荷重を受けて振動すると、支持ケーブルに振幅の大きな局部振動が発生することが指摘されている。この振動の原因の1つに係数励振振動問題が考えられる。著者らは、この問題に対しケーブルに周期的変動軸力と面内変動荷重が同時に作用する場合の非線形振動として解析を行い、その応答特性を明らかにしている¹⁾。文献1)ではケーブルの対称1次振動のみを考え、対称1次固有振動数近傍とその2倍で現れる分岐応答に着目した解析を行っている。しかし、ケーブルは連続体であることを考えると対称1次振動に及ぼす高次振動モードの影響を評価しておく必要がある。そこで本研究では、高次振動モードの影響として対称2次振動と逆対称1次振動を対象とし、対称1次固有振動数の2倍で現れる分岐応答に及ぼす高次モードの影響を解析する。

2. 解法 変動軸力と面内荷重を受ける偏平ケーブル(サグ比 $\gamma = f/\ell < 1/8$)の非線形運動方程式¹⁾の解を2自由度系で仮定する。

$$w = \ell \{T_1(t)W_1(x) + T_2(t)W_2(x)\} \quad (1)$$

ここに、 f : ケーブルのサグ、 ℓ : スパン長、 w : たわみ、 t : 時間、 x : 支点からの水平距離、 T_1, T_2 : 対称1次および対称2次(もしくは逆対称1次)振動の時間関数、 W_1, W_2 : 座標関数で線形振動の対称1次および対称2次(もしくは逆対称1次)振動の固有振動形。

式(1)を運動方程式に代入し Galerkin 法を適用し線形減衰力を考慮すると、次式の常微分方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \ddot{T}_1 + 2h_1\omega_1\dot{T}_1 + (\omega_1^2 + a_1\bar{H}_t \cos \nu\bar{\omega}\tau)T_1 + b_1\bar{H}_t \cos \nu\bar{\omega}\tau T_2 + c_1T_1^2 + d_1T_1T_2 \\ + e_1T_2^2 + f_1T_1^3 + g_1T_1^2T_2 + i_1T_1T_2^2 + j_1T_2^3 = k_1\bar{p}_0 \cos(\bar{\omega}\tau + \phi) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \ddot{T}_2 + 2h_2\omega_2\dot{T}_2 + a_2\bar{H}_t \cos \nu\bar{\omega}\tau T_1 + (\omega_2^2 + b_2\bar{H}_t \cos \nu\bar{\omega}\tau)T_2 + c_2T_1^2 + d_2T_1T_2 \\ + e_2T_2^2 + f_2T_1^3 + g_2T_1^2T_2 + i_2T_1T_2^2 + j_2T_2^3 = k_2\bar{p}_0 \cos(\bar{\omega}\tau + \phi) \end{aligned} \quad (3)$$

ここに、 ω_1, ω_2 : 対称1次および対称2次(もしくは逆対称1次)振動の無次元固有円振動数、 h_1, h_2 : 対称1次および対称2次(もしくは逆対称1次)振動の減衰定数、 $\bar{H}_t = H_t/H_e$: 無次元変動軸力の振幅、 H_t : 変動軸力の振幅、 H_e : 初期水平張力、 $\bar{\omega} = \Omega/n_0$: 無次元加振円振動数、 $\nu\Omega$: 変動軸力の円振動数、 Ω : 面内荷重の円振動数、 $\bar{p}_0 = p/H_e$: 荷重強度、 $\tau = n_0t$: 無次元時間、 $n_0 = \sqrt{H_e\pi^2/m\ell^2}$: 弦の第1次の固有円振動数、 m : ケーブルの質量、 $a_1 \sim g_1, i_1 \sim k_1, a_2 \sim g_2, i_2 \sim k_2$: ケーブルのサグ比 γ 、縦波-横波伝播速度比 $k = \sqrt{EA/H_e}$ および W_1, W_2 より定まる係数、 E : ヤング率、 A : 断面積、 ϕ : 位相角。

対称2次振動の影響を考える場合、対称1次振動の1/2分数調波共振と対称2次振動の主共振が、同じ振動数領域で発生する可能性があり、対応する周期解をそれぞれで仮定する。

逆対称1次振動の影響を考える場合、逆対称1次固有円振動数付近で生ずる副不安定領域およびその2倍で生ずる主不安定領域を対象とするため、対応する周期解をそれぞれ仮定する。

仮定した周期解を式(2)および(3)に代入し、調和バランス法を適用すると非線形連立代数方程式が得られる。これらの方程式に Newton-Raphson 法を用い、初期値を入れて解けば各振幅成分が得られる。

3. 解析結果

(a)対称2次振動の影響 図-1は、サグ比 $\gamma = 0.02$ の偏平ケーブル(縦波-横波伝播速度比 $k = 30$ 、減衰定数キーワード: 非線形振動, 分岐応答, ケーブル, 多自由度系

連絡先: 〒852 長崎市文教町1-14 長崎大学工学部社会開発工学科 TEL 0958-48-9639

数 $h_1, h_2 = 0.005$ に周期的変動軸力 ($\bar{H}_t = 0.3$) と面内変動荷重 ($\bar{p}_0 = 0.1$) が作用する場合の対称1次および対称2次振動の応答曲線を示す。また、対称1次および対称2次振動のシミュレーション解を○および△でプロットしている。解析解とシミュレーション解はよく一致する。対称2次振動の応答 A_{21} は、対称1次振動とともに現れる。強制外力と同位相の応答 c_{21} は対称1次振動の外力と逆位相の応答 $-c_{11}$ と同時に発生し、対称1次振動の主共振近傍では $-c_{11}$ の応答振幅が c_{21} の応答振幅よりも大きい。加振振動数が対称2次固有円振動数 ω_2 に接近するにつれて両者の値が逆転する。また、対称2次振動の逆位相の応答 $-c_{21}$ が発生する場合の対称1次振動の応答を A'_{21} で示している。 A'_{21} は振幅の小さい領域で発生する。対称1次振動の分岐応答 $A_{1/2}$ については、サグ比 $\gamma = 0.02$ の場合、ほとんど対称2次振動の影響を受けない。しかし、図-2に示すサグ比 $\gamma = 0.03$ の場合（変動軸力の振幅 $\bar{H}_t = 0.1$ 、荷重強度 $\bar{p}_0 = 0.1$ ）において、1/2 分数調波共振（分岐応答）は複雑な応答曲線を示し高次振動の影響を受ける。サグ比 $\gamma = 0.03$ は、対称1次モードの遷移領域に対応し、両者の固有円振動数が接近する。そのために、対称2次振動の主共振が対称1次固有円振動数の2倍よりも低い振動数領域から発生し、主共振の比較的振幅の高いところで分岐応答と重なるために影響を受ける。

(b) 逆対称1次振動の影響 図-3は、サグ比 $\gamma = 0.03$ の偏平ケーブル（縦波-横波伝播速度比 $k = 30$ 、減衰定数 $h_1, h_2 = 0.005$ ）に周期的変動軸力 ($\bar{H}_t = 0.3$) と面内変動荷重 ($\bar{p}_0 = 0.1$) が同時に作用する場合の対称1次および逆対称1次振動の応答曲線を示す。この場合、逆対称1次振動は特定の振動数領域で現れる分岐型の応答 ($A_1, A_{1/2}$) として発生し、対称1次振動の外力と逆位相の応答から分岐した形で現れる。しかし、対称1次振動に比べると応答振幅は小さい。サグ比 $\gamma = 0.02$ の場合、逆対称分岐応答は対称1次振動の1/2 分数調波共振と発生領域がずれるために、両者の連成効果による応答振幅の変化は特に見られない。また、逆対称分岐応答が発生する場合の対称1次振動の主調波応答を $A'_1, A'_{1/2}$ で示す。この場合、 A'_1 および $A'_{1/2}$ の応答振幅は逆対称分岐応答の振幅に比べると小さいが、対称1次固有円振動数と逆対称1次固有円振動数がサグ比の値によって逆転する可能性があり、逆対称分岐応答が対称1次振動の主共振領域よりも低い振動数もしくは同一の振動数領域から発生する場合において A'_1 および $A'_{1/2}$ が大きな応答振幅を示す可能性がある。

4. まとめ 詳しい内容については講演時に発表する。

参考文献 1) 高橋・鎌田・花田：係数励振力と周期的変動荷重を受ける偏平ケーブルの非線形振動，土木学会論文集，No.549/I-37，pp.115~124，1996.10.

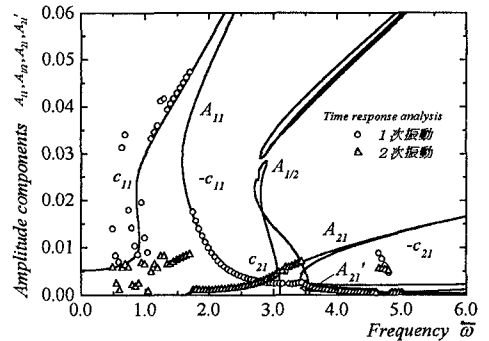


図-1 対称1次および対称2次振動の応答曲線
 ($\gamma = 0.02, k = 30, \omega_1 = 1.68, \omega_2 = 3.04,$
 $h_1, h_2 = 0.005, H = 0.3, \bar{p}_0 = 0.1, \phi = 0$)

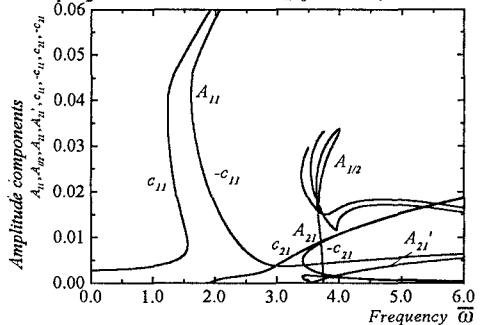


図-2 対称1次および対称2次振動の応答曲線
 ($\gamma = 0.03, k = 30, \omega_1 = 2.18, \omega_2 = 3.14$
 $h_1, h_2 = 0.005, H = 0.1, \bar{p}_0 = 0.1, \phi = 0$)

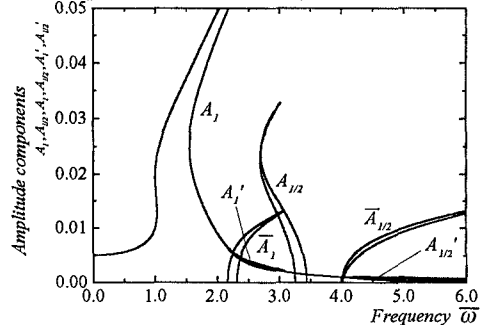


図-3 対称1次および逆対称1次振動の応答曲線
 ($\gamma = 0.02, k = 30, \omega_1 = 2.18, \omega_2 = 2.0,$
 $h_1, h_2 = 0.005, \bar{H}_t = 0.1, \bar{p}_0 = 0.1, \phi = 0$)