

I - B187

Timoshenko 梁に作用する横衝撃荷重の予測

北海道大学 学生員 柴田 俊文 北海道大学 正 員 三上 隆
 (株)地崎工業 正 員 須藤 敦史 北海道開発局 正 員 佐藤 昌志

1. はじめに

構造部材の衝撃挙動に関する研究が盛んに行われている。衝撃応答の理論解析においては外力として作用する荷重を簡単な形で仮定する場合が多く、構造物の安定性の検討には衝撃力の正確な評価が重要である。これまでも正弦荷重を仮定して拡張カルマンフィルタを適用し出力波形から衝撃力波形の同定¹⁾を行ってきたが、より積極的な利用を計るにはまだ検討すべき問題は多い。ここではマルコフ過程の考えに基づいた時間に関する二種類の変換行列を用い、加えて正規乱数を観測誤差として付加したもので比較検討を行った。

2. 拡張カルマンフィルタ²⁾

拡張カルマンフィルタは非線形連続型状態方程式と非線形離散型観測方程式を基本に構成されている。

$$\frac{dX_t}{dt} = f(X_t, t) + G_t W_t \quad (1) \quad Y_{t_k} = h(X_{t_k}, t_k) + V_{t_k} \quad (2)$$

X_t : 状態ベクトル Y_{t_k} : 観測ベクトル G_t : 変換行列

W_t : システム雑音ベクトル V_{t_k} : 観測雑音ベクトル

上式を推定状態量の近傍で Taylor 展開して線形化し、カルマンフィルタの式に代入したものが拡張カルマンフィルタの状態量推定アルゴリズムとなる。今回の場合は衝撃荷重を状態量とし、かつ有限要素法の衝撃荷重解析を用いるため状態方程式が定常性を示すものと仮定する。ここで状態方程式を離散表示すると次式となる。

$$\hat{X}(t_{k+1}|t_k) = [I] \hat{X}(t_k|t_k) + W_t \quad I : \text{単位行列} \quad (3)$$

式(3)のように状態方程式を定常と仮定したため、拡張カルマンフィルタの状態量推定アルゴリズムでは観測方程式を各推定状態量で偏微分した変換行列を求めなければならない。そこで式(4)に示すように影響係数法により近似的に求める。

$$\frac{\partial h_j(X_{j_k})}{\partial X_j} = \frac{h_j(X_{j_k} + \Delta X_j e_j) - h_j(X_{j_k})}{\Delta X_j} \quad (4)$$

ΔX_j : X_j の微小増分 e_j : j 番目の要素が1の単位ベクトル

3. マルコフ過程³⁾

作用する衝撃荷重は時間に対して関連性を有するものである。そこでマルコフ過程を考慮した変換行列の作成を考える。いま確率過程 $X(t, \omega)$ ω : 根元事象に対して時間 t が連続的であり、 $X(t, \omega)$ が離散値をとるような場合に「現在の状態がわかれば、過去の経過とは無関係に未来の事象の確率がわかる状態」をマルコフ性を有していると言い、 m 時間前までの影響がある場合を m 重のマルコフ過程という。この考え方を拡張カルマンフィルタの変換行列に用いると、 $M\{t_k; \hat{X}(t_k|t_{k-1})\} = \{M_1, M_2, \dots, M_n\}$ n : 全時刻 となる。

ここで $t = k$ で m 時刻前までの値の影響を受けるとする。各時刻で作成した m 個の接線勾配を変換行列とし、 m 個の状態量の推定を行うとすれば次のように示される。

$$M\{t_k; \hat{X}(t_k|t_{k-1})\} = \{0, \dots, 0, M_{k-m}, \dots, M_k, 0, \dots, 0\} \quad (5)$$

また各時刻で作成した変換行列により1個の状態量を推定すると考えれば次式が示される。

キーワード : 衝撃解析、拡張カルマンフィルタ、マルコフ過程、同定

連絡先 : 住所 札幌市北区北13条西8丁目・TEL (011)716-2111(内6177)・FAX (011)716-2296

$$M\{t_k; \hat{X}(t_k|t_{k-1})\} = \{0, \dots, 0, M_k, 0, \dots, 0\} \quad (6)$$

ここで式(5)を変換行列(1)とし、式(6)を変換行列(2)とする。変換行列(2)では、 $\{0, \dots, 0, M_k, 0, \dots, 0\}$ 、 $\{0, \dots, 0, M_{k-1}, 0, \dots, 0\}$ 、 $\dots$ 、 $\{0, \dots, 0, M_{k-m}, 0, \dots, 0\}$ として m 時間刻までさかのぼり同定する。以上より拡張カルマンフィルタと有限要素法による衝撃荷重同定を行い、同時に時間を考慮することによる収束性の検討を行う。

4. 数値解析

正弦関数を衝撃荷重と仮定し、両端単純支持した梁の中央に作用するものとした。剛性マトリックス、質量マトリックスは Timoshenko 梁の理論によるものを用い、対称性より梁の半分を20要素に分割して解析を行った。また時間積分法は Newmark- β 法を用い、拡張カルマンフィルタの初期推定値は状態量の誤差共分散 $P=100$ 、観測誤差共分散 $R=1.0 \times 10^{-6}$ を用い、観測波形としてひずみを用いている。

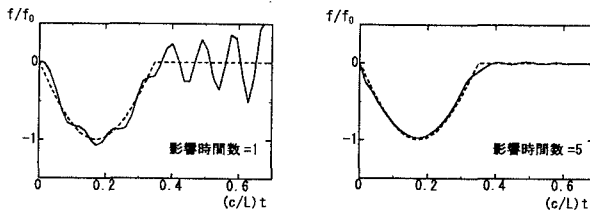


図1 影響時間数を変化させた結果・変換行列(1)

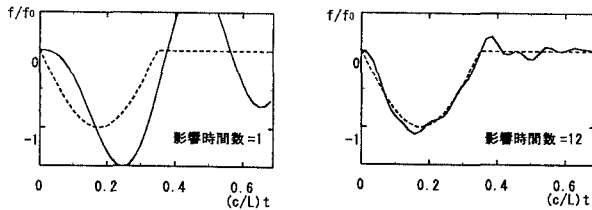


図2 影響時間数を変化させた結果・変換行列(2)

図より双方とも誤差を有する観測波形を用いた衝撃荷重の同定が可能であることが認められる。特に変換行列(1)は安定した同定結果を示している。

5. まとめ

- ① 変換行列(1)、(2)のいずれを用いても影響時間数を増加させると良い収束性が認められた。
- ② 観測誤差を考慮しても良好な同定値が得られ、特に変換行列(1)はノイズの影響を受けにくい点が顕著である。

6. 参考文献

- 1) 桑邊和幸、他：拡張カルマンフィルタを用いた梁に作用する衝撃荷重の同定、第3回落石等による衝撃問題に関するシンポジウム論文集、pp.49-52、1996
- 2) 星谷勝、斉藤悦郎：建設技術者のためのデータ解析と応用 カルマンフィルタを中心として、鹿島出版会、1991.7
- 3) 森村英典、高橋幸雄：マルコフ解析、日科技連

変換行列の影響時間数を変化させた結果を図1、図2に示す。縦軸を荷重、横軸を時間としモード解析より求めた厳密解を点線で表した。双方とも影響時間数を増加させると収束性が向上しているのかわかる。

次に観測誤差を考慮した解析結果を図3、図4に示す。ここで加えたノイズの分散は 1.0×10^{-9} である。

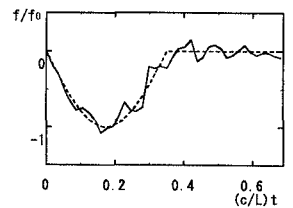
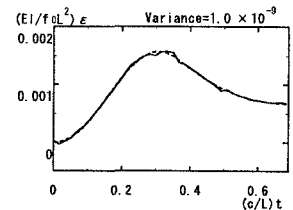


図3 ノイズあり・変換行列(1)

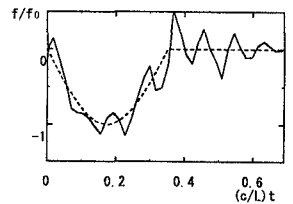


図4 ノイズあり・変換行列(2)