

I - B178 重錘落下による四辺単純支持矩形床版の弾性衝撃応答解析

専修大学北海道短期大学 正員 三上敬司 室蘭工業大学 フェロー 松岡健一
室蘭工業大学 正員 岸 徳光 日本大学生産工学部 フェロー 能町純雄

1. まえがき

重錘落下による平版の衝撃応答解析は、無限平版へ平底剛体や球底弾性体を落下させた場合の解析に関して、古典板理論を用い板の局部変形を考慮に入れた無限版の衝撃力の評価や衝撃挙動を検討しているのみである。一般的には仮定した衝撃荷重を作用させて板の動的挙動を検討している研究が多く、重錘落下によって生じた衝撃力を評価している研究成果が少ないようである。特に Mindlin 板理論を用いた矩形床版に関する研究成果があまり多く見当たらないようである。

以上のことを踏まえて、本論文では平底重錘落下による四辺単純支持された矩形床版の弾性衝撃挙動を検討する。理論解析は Mindlin 板理論によるモード解析を行ない、Hertz の局部変形を考慮に入れた衝撃力等に関して求め、古典板理論と比較しながら検討することとする。

2. 理論解析

本解析では、図-1に示したように質量 M 、半径 r_a の平底剛体が四辺単純支持された矩形床版の中央点に落下した場合の衝撃挙動に関して、モード解析法を適用して行なうこととする。1a) ~ 1c) 式に示しているように、各振動モード形は周辺単純支持矩形床版である境界条件を満足するように決定する。それらの解は、鉛直方向たわみを w 、 x 方向の回転角 ψ_x 、 y 方向の回転角 ψ_y 、基準座標 $Q_{jmn}(t)$ とすると、次式のように示される。

$$w(x, y, t) = \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{jmn} Q_{jmn}(t) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad 1a)$$

$$\psi_x(x, y, t) = \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B_{jmn} Q_{jmn}(t) \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad 1b)$$

$$\psi_y(x, y, t) = \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{jmn} Q_{jmn}(t) \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \quad 1c)$$

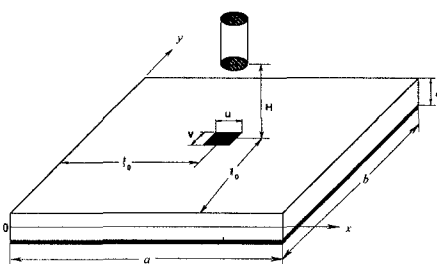


図-1 平底重錘落下衝撃を受ける四辺単純支持矩形床版

せん断弾性係数 G 、平均せん断係数 κ^2 とした場合の Mindlin 修正板理論における運動方程式は、

$$\frac{D}{2} \left[(1-\nu) \nabla^2 \psi_x + (1+\nu) \frac{\partial \psi}{\partial x} \right] - \kappa^2 G d \left[\psi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right] = \frac{\rho d^3}{12} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial t^2} \quad 2a)$$

$$\frac{D}{2} \left[(1-\nu) \nabla^2 \psi_y + (1+\nu) \frac{\partial \psi}{\partial y} \right] - \kappa^2 G d \left[\psi_y + \frac{\partial w}{\partial y} \right] = \frac{\rho d^3}{12} \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial t^2} \quad 2b)$$

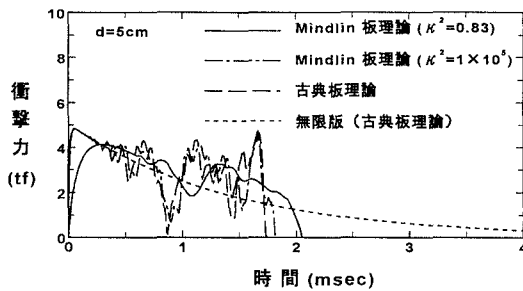
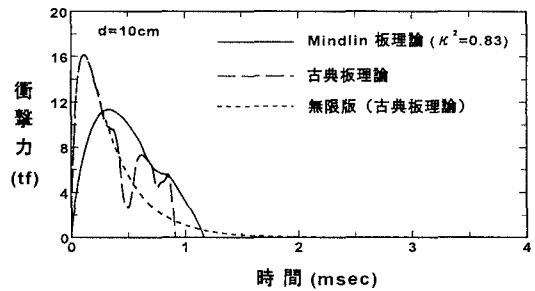
$$\kappa^2 G d (\nabla^2 w + \psi) + q(x, y, z) = \rho d \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad \left(\text{ところで, } \psi = \frac{\partial \psi_x}{\partial x} + \frac{\partial \psi_y}{\partial y}, \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \text{である.} \right) \quad 2c)$$

次に、Hertz の弾性接触論による板の局部変形を δ_0 、中心たわみを w_0 および衝撃力を $P(t)$ とすると、剛体の運動方程式は次式となる。

$$M \frac{d^2 \delta_0}{dt^2} + M \frac{d^2 w_0}{dt^2} + P(t) = 0 \quad \left(\text{とここで, } \delta_0 = \frac{1-\nu^2}{2Er_a} P(t) = K P(t) \text{である.} \right) \quad 3)$$

キーワード：衝撃応答解析，衝撃力，Mindlin 板理論，矩形床版

連絡先（〒079-01 美唄市光珠内町・Tel 01266-3-0249・Fax 01266-3-4071）


 図-2 (a) 衝撃力の時刻歴応答 ($d=0.05m$)

 図-2 (b) 衝撃力の時刻歴応答 ($d=0.1m$)

1) ~ 3) 式より，初期条件を時間 $t=0$ で初速度 V_0 とし時間に関してラプラス変換および逆変換を施す．それらを整理して，Hertz の弾性接触論を考慮に入れた衝撃力の積分方程式が次式のように求まる．

$$KP(t) + \frac{1}{\rho d} \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\phi_{mn}(\xi_0, \eta_0) \phi_{mn}(x, y)}{N_{jmn}^2 \omega_{jmn}} \int_0^t P(\tau) \sin \omega_{jmn}(t-\tau) d\tau + \frac{1}{M} \int_0^t P(\tau)(t-\tau) d\tau = V_0 t \quad (4)$$

ここで， N_{jmn}^2 ：ノルム， ω_{jmn} ：固有振動数， ρ ：床版の密度， $\phi_{mn}(x, y)$ ：たわみの振動モード形である．

3. 数値計算例

本論文では，室蘭工業大学に行われた四辺単純支持された RC 床版の衝撃実験のデータに基づいてパラメータを設定した．従って，床版はスパン $a=b=1.25m$ ，密度 $\rho=2.5t/m^3$ ，ポアソン比 $\nu=0.2$ ，弾性定数 $E=2.785 \times 10^6 tf/m^2$ で，重錘は質量 $M=0.07t$ ，半径 $r_a=0.075m$ である．なお，本解析では，Mindlin 板理論と古典板理論と比較するために，板厚を $d=0.05m$ および $d=0.1m$ として行なった．また，4) 式の Fredholm 型積分方程式を数値解析するには simpson 1/3，3/8 積分則を用いて数値積分した．両理論ともに，時間刻みは $t=1 \times 10^{-1} \mu sec$ で，Fourier 級数の m および n はいずれも 100 項目で収敛したのでこの項数で計算を行なった．Mindlin 板理論における位相速度は波長が長くなるとレーレー波に近似することより平均せん断係数 κ^2 を決定した．

図-2 (a)，(b) は，重錘が初速度 $V_0=1m/sec$ で床版へ落下した場合の衝撃力の時刻歴応答を示している．各図は床版の板厚 $d=0.05m$ および $d=0.1m$ としている．なお，矩形床版の場合は，衝撃力が負となった時点で衝撃作用が終了したものと見なし計算を打ち切っている．図中に示しているように， $\kappa^2=0.83$ における Mindlin 板理論の場合は実線， $\kappa^2=1 \times 10^5$ の場合は一点鎖線である．また，古典板理論の場合では，矩形版が破線で，無限版が点線である．図 (a) の場合では， $\kappa^2=1 \times 10^5$ における Mindlin 板理論，古典板理論における矩形版および無限版のいずれも衝撃初期において最大衝撃力 P_{max} が $4.8tf$ および最大衝撃力に達する時間 t_{max} が $50 \mu sec$ となり一致している．しかし，最大衝撃力を過ぎると，無限版の場合では過減衰振動を示しているが，有限版の場合では反射波の影響と思われる波形の乱れが生じ，また衝撃作用時間 t_d が $1.8msec$ 前後となることがわかる．一方， $\kappa^2=0.83$ の場合は $P_{max}=4.1tf$ ， $t_{max}=0.3msec$ および $t_d=2.06msec$ となり古典板理論の場合と比較して若干異なっていることがわかる．図 (b) の Mindlin 板理論の場合では $P_{max}=11.3tf$ ， $t_{max}=0.33msec$ および $t_d=1.17msec$ となり，古典板理論の場合では $P_{max}=16.1tf$ ， $t_{max}=0.11msec$ ，および $t_d=0.915msec$ となり，図 (a) の場合に比べてそれらの差がさらに顕著に現われていることがわかる．なお，各板厚ごとに力積を計算すると，矩形床版における両理論はいずれもほぼ一致していることがわかった．

4. あとがき

本論文では，平底重錘が四辺単純支持された矩形床版の中央に落下した場合，床版が受ける衝撃力に関して Mindlin 板理論および古典板理論とを比較検討した．本解析の結果，両理論は最大衝撃力，最大衝撃力に達する時間および衝撃作用時間に関して異なっていることがわかった．