Ⅰ－B177　拡張瞬時最適化制御則による道路橋交通振動の制御

首都高速道路公団　正　員○尾口　慎也
長崎大学　工学部　正　員　岡林　隆敏
長崎大学　大学院　学生員　加賀　敏明

１．はじめに

近年，道路橋において交通荷重による環境振動が問題となっている[1]．走行車両による橋梁の振動は，通常の土木構造物と異なり，車両の走行により見かけ上橋梁の振動特性は変化する時変係数系の問題となっている．そこで，本研究では，道路橋の振動制御に時変系の制御が可能である瞬時最適化理論[2]に時変系の特性を強く影響させた制御則を提案した．制御方法としては，橋梁の１点の観測点から全状態量を推定するカルマンフィルタ[3]を組み込んだ確率的制御をハイブリッド振動制御に適用し，これらの制御の有効性について報告する．

２．橋梁－動吸振器－車両－路面系の方程式

図－１に示すような，動吸振器を設置したトラスドランガー橋上を，バネ質点系でモデル化された単一車両が一定速度vで走行する場合を考える．橋梁の振動モデルは，有限要素法によりモデル化した．

基準座標を$p(t)$，動吸振器，車両および路面凹凸の状態変数をそれぞれ$d(t),z(t)$および$r(t)$で表すと，運動方程式は次のように状態空間表示できる．

$$x(t)=\left[p(t)^T\ \dot{p}(t)^T\ d(t)\ z(t)\right]^T \tag{1}$$

$$r(t)=\left[r(t)\ \dot{r}(t)\right]^T$$

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=A_l(t)x(t)+B_l(t)u(t)+D_l(t)r(t)\\ y(t)=C_lx(t)\end{cases} \tag{2}$$

３．拡張瞬時最適化制御理論

状態方程式を，$\Delta t=h$の時間刻みで離散表示する．このとき，$x(t=t_k)=x_k$の値は，次式で与えられる．

$$x_k=S_{lk1}x_{k-1}+S_{lk2}\left(B_{lk-1}u_{k-1}+D_{lk-1}r_{k-1}\right)+S_{lk3}\left(B_{lk}u_k+D_{lk}r_k\right) \tag{3}$$

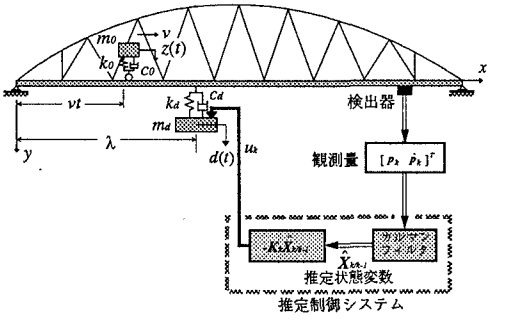
瞬時最適化制御理論に時変系の特性を強く影響させるために，次のようなt_kからt_{k+n}のn区間におけるx_{k-1}からx_{k+n}で構成される評価関数を考える．

$$L(k+n,k+(n-1),\cdots,k)=\sum_{i=0}^{n}\left\{x_{k+i}{}^TQx_{k+i}+u_{k+i}{}^TRu_{k+i}+\lambda_{k+i}{}^T\left(x_{k+i}-A^l_{k+i}x_{k+i-1}-B^l_{k+i}u_{k+i}-B^2_{k+i}u_{k+i-1}-D^l_{k+i}r_{k+i}-D^2_{k+i}r_{k+i-1}\right)\right\} \tag{4}$$

ラグランジェの未定乗数法を用いて，制約条件（３）式を導入する．評価関数をu_{k+n}，…，u_kで偏微分することにより次のオイラーの方程式を得る．

$$\frac{\partial L}{\partial u_{k+n}}=2Ru_{k+n}-B^l_{k+n}{}^T\lambda_{k+n}=0$$

$$\frac{\partial L}{\partial u_{k+n-1}}=2Ru_{k+n-1}-B^2_{k+n}{}^T\lambda_{k+n}-B^l_{k+n-1}{}^T\lambda_{k+n-1}=0 \tag{5}$$



図－１　瞬時最適化制御則

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$\frac{\partial L}{\partial u_k}=2Ru_k-B^2_{k+1}{}^T\lambda_{k+1}-B^{l\,T}_k\lambda_k=0$$

上式よりn区間における制御則が得られる．

$$\begin{cases}u_k=-K_kx_k\\ K_k=R^{-1}H_kS_{lk}\left[\left(A^l_{k+2}{}^T\cdots A^l_{k+n}{}^TQA^l_{k+n}\cdots A^l_{k+2}+\cdots+A^l_{k+2}{}^TQA^l_{k+2}A^l_{k+1}+QA^l_{k+1}\right)+B^{l\,T}_kQ\right]\end{cases} \tag{6}$$

４．離散系カルマンフィルタ

橋梁振動の制御に拡張瞬時最適化制御理論を実現させるため，（８）式で示す離散化したカルマンフィルタを用いることによって橋梁の１点における観測量$y(k)$により全状態量を推定する．

$$\hat{X}_k=\left[p_k{}^T\ \dot{p}_k{}^T\ d_k\ \dot{d}_k\ z_k\ \dot{z}_k\ r_k\right]^T \tag{7}$$

$$\begin{cases}\hat{X}_{k+1/k}=A_{k/k-1}\hat{X}_{k/k}+B_{k/k-1}u_k\\ \hat{X}_{k/k}=\hat{X}_{k/k-1}+G_k\left[y(k)-C\hat{X}_{k/k-1}\right]\end{cases} \tag{8}$$

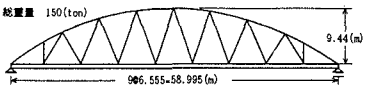
制御力は推定状態変数$\hat{X}_{k/k-1}$と（６）式のフィードバックゲインK_kを用いて与えられる．

$$u_k=-K_k\hat{X}_{k/k-1} \tag{9}$$

キーワード：橋梁振動　交通振動　アクティブ制御　ハイブリッド制御　カルマンフィルタ
連　絡　先：長崎大学工学部　（〒852　長崎市文教町　１－１４）

５．橋梁，動吸振器および車両の諸元

本研究では，トラスドランガー橋の橋梁振動を対象とした．この一般図を図－２に示し，振動特性を表－１に示した．また，車両は，*20(ton)*の大型車両を想定し，減衰定数を*0.03*，固有振動数を*3.0(Hz)*とした．走行条件として，*v=10(m/sec)*の場合と，*v=20(m/sec)*の場合の２パターンについて考えた．それぞれにおいて，車両が橋梁上を走行し終えてからは，車両の橋梁上走行中の半分の時間における自由振動について考えた．動吸振器は，それぞれの場合において，最適化を行い，その特性と諸元を表－２に示す．



図－２　橋梁の一般図

表－１　橋梁の振動特性

減衰定数	0.02			
固有振動数(Hz)	1次	2次	3次	4次
	2.89	4.86	7.89	10.73

表－２　動吸振器(TMD)の最適パラメータ

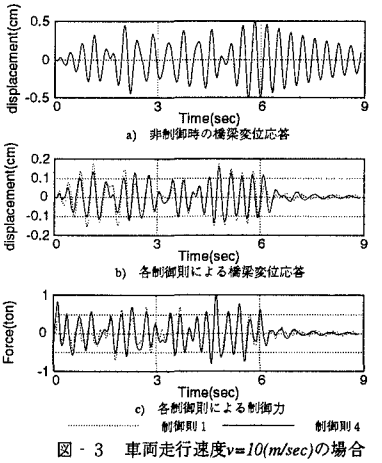
	v=10(m/sec)	v=20(m/sec)
質量比	1/50	
固有振動数(Hz)	2.2884	2.2905
減衰定数	0.0670	0.0675

６．数値解析

本研究では，１区間における状態量をフィードバックした制御則（瞬時最適化制御則）とこれに時変系の特性を強く影響させるため，４区間における状態量をフィードバックした制御則（拡張瞬時最適化制御則）を橋梁振動に適用し，シミュレーション解析を行い，これらを比較することで時変系の特性を強く影響させた制御則の有効性を検討した．ここで，１区間における制御則および４区間における制御則をそれぞれ制御則１，制御則４とした．

１）車両走行速度*v=10(m/sec)*の場合

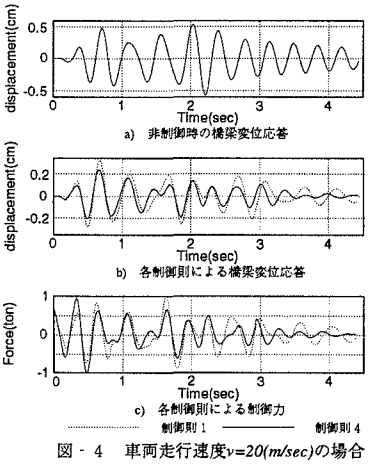
図－３のa)に，制御を行わない場合，b)に，各制御則を適用した場合における，橋梁支間中点における変位応答を示し，c)に，各制御則に対応する制御力を示した．制御力は，各制御則を比較できるようにするため，最大値を*1ton*と規準化を行った．数値シミュレーションの結果，制御を行った場合の応答のレベルは低下しており，制御が有効であることが確認できる．また，両制御による制御効果を比較すると，時変系の特性を強く影響させた制御（拡張瞬時最適化制御則）を適用することによって，全体的に大きな制御力が発生し，その結果，橋梁の応答のレベルが低下していることが分かり，拡張瞬時最適化制御則による振動制御の有効性が確認できる．



図－３　車両走行速度*v=10(m/sec)*の場合

２）車両走行速度*v=20(m/sec)*の場合

図－４のa)に，制御を行わない場合，b)に，各制御則を適用した場合における，橋梁支間中点における変位応答を示し，c)に，各制御則に対応する制御力を示した．この場合も，制御力は，最大値を*1ton*と規準化した．数値シミュレーションの結果，制御を行った場合の応答のレベルは低下しており，車両が高速で走行する場合においても，時変系の特性を強く影響させた制御ほど良い制御効果を得られることが確認できる．これらの結果から，本研究で提案した拡張瞬時最適化制御則による振動制御の有効性が確認できた．



図－４　車両走行速度*v=20(m/sec)*の場合

７．まとめ

交通荷重による橋梁振動において，車両の走行速度に関わることなく，時変系の特性を強く影響させた制御（拡張瞬時最適化制御）は良い制御効果が得られ，この制御則の有効性が確認できた．

［参考文献］

1) 梶川・沖野，他：動吸振動器による高架橋の振動軽減対策，構造工学論文集，No.365/Ⅰ－3，pp.435－444，1985.4.2) J. N. Yang，A.Akbarpour and P.Ghaemmagham ： New Optimal Control Algorithms for Structural Control,ASCE,Vol.113,No.9,pp.1369-1386,Sept,1987.3) 白石昌武：入門現代制御理論，啓学出版，1987.11.