

I - B160 複数の動吸振器によるはりの振動制御の最適化に関する研究

石川島播磨重工(株) 正員○武藤浩樹 山口大学工学部 正員 麻生稔彦
日本鉄塔工業(株) 正員 川添啓示 山口大学工学部 正員 會田忠義

1 まえがき

最も信頼性の高い受動的振動制御装置の代表的なものに同調質量ダンパー(Tuned Mass Damper、TMD)がある。対象ばりにTMDを装着する場合、制振対象モードの腹の位置に1個装着すれば十分である。しかし、1個のTMDが巨大なものになり装着が困難な場合や装着上の理由で腹の位置に装着できない場合などが考えられる。このような場合、モードの腹の位置から離れた位置に装着しなければならない場合がある。

このような場合、同じ制振対象モードに対して同じ制振効果を与えるためには大きめの質量が必要となる。本研究では、このような場合を想定し、複数のTMD、特に各TMDの動特性(固有振動数と減衰定数がそれぞれ等しいTMD)を装着して、制振対象モード(1次モード)を抑制しつつ、2次および3次モードの応答を最小化するTMDの質量と装着位置を明らかにする。制振効果を確かめるために計算機による数値実験を行った。

2 運動方程式

Fig.1の解析モデルのように、はじめにそれぞれ異なった特性を有する複数のTMDを対象ばりに装着した場合を想定する。この状態での運動方程式は下記の通りである。

$$\begin{aligned} & \text{(対象ばり)} \\ & m \ddot{w}(x, t) + EI w''''(x, t) + \sum_{n=1}^N \delta(x - x_n) c_n \{ \dot{w}(x, t) - \dot{w}_{Tn} \} \\ & + \sum_{n=1}^N \delta(x - x_n) k_n \{ w(x, t) - w_{Tn} \} = P \delta(x - \alpha) \cos \omega_0 t \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{(TMD)} \\ & m_{Tn} \ddot{w}_{Tn} + c_n \{ \dot{w}_{Tn} - \dot{w}(x_n, t) \} + k_n \{ w_{Tn} - w(x_n, t) \} = 0 \\ & \quad (n=1 \cdots N) \quad (2) \end{aligned}$$

ここで、 $w(x, t)$ は対象ばりの振動変位、 w_{Tn} は n 番目の

TMDの振動変位、 EI は対象ばりの曲げ剛性、 m は対象ばりの単位長さ当たりの質量、 m_{Tn} は n 番目のTMDの質量、 k_n および c_n は n 番目のTMDのバネ係数と減衰係数、 P は励振振幅、 ω_0 は外力の励振振動数、 δ はDiracの δ 関数、 $(\cdot) = \partial / \partial t$ 、 $(') = \partial / \partial x$ である。各TMDの m_{Tn} 、 c_n および k_n はそれぞれ異なり、これらの基準値を m_0 、 c_0 、 k_0 とした時、次式で表される値を持つ。

$$m_{Tn} = \varepsilon_{mn} m_0, \quad c_n = \varepsilon_{cn} c_0, \quad k_n = \varepsilon_{kn} k_0 \quad (n=1, \dots, N) \quad (3)$$

3 複数TMDの近似調整理論 対象ばりにTMDを装着した場合の対象ばりの振動変位を次式で表す。

$$w(x, t) = \sum_{p=1}^N \Phi_p(x) \rho_p(t) \quad (4)$$

ここで、 $\Phi_p(x)$ は対象ばりの p 次の固有関数、 $\rho_p(t)$ は対象ばりの p 次の時間の未知関数である。式(1)および式(2)に式(4)を代入して整理するとモード方程式を得る。 p 次モード卓越時を想定し、さらに各TMDの動特性が等しい場合(固有振動数、減衰定数が等しい、 $\varepsilon_{cn} = \varepsilon_{kn} = \varepsilon_{mn}$)を想定すると、 p 次モードに対するモード方程式は次式で表される。すなわち系はFig.2の2自由度系モデルで表される。

$$\begin{aligned} & \text{(対象ばり)} \\ & m_p \ddot{\rho}_p + m_p \omega_p^2 \rho_p + \bar{c} (\dot{\rho}_p - \dot{w}_T) \\ & + \bar{k} (\rho_p - w_T) = F_p \cos \omega_0 t \quad (5) \\ & \text{(TMD)} \\ & m \ddot{w}_T + \bar{c} (\dot{w}_T - \dot{\rho}_p) + \bar{k} (w_T - \rho_p) = 0 \quad (6) \end{aligned}$$

式(5)および式(6)中の各変数は次の通りである。 m_p ははりの p 次の一般化質量とする。

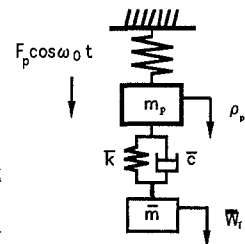


Fig.2 2自由度モデル

$$\bar{m} = \sum_{n=1}^N m_{Tn} d_{ppn} \quad \bar{c} = \sum_{n=1}^N c_n d_{ppn} \quad \bar{k} = \sum_{n=1}^N k_n d_{ppn} \quad \bar{\mu}_p = \frac{\bar{m}}{m_p} \quad \bar{w}_T = \frac{\sum_{n=1}^N m_{Tn} \kappa_{pn} w_{Tn}}{\sum_{n=1}^N m_{Tn} d_{ppn}} \quad (7)$$

Fig.2の主振動系の無次元振幅 Y_p は次式で表される。(式中の A_{rp} は主振動系の振幅、 y_{st} は静的たわみ、 $\bar{T}_p$ は同調比、 $\bar{h}_p$ は減衰比、 g は無次元励振振動数)

$$Y_p = \frac{A_{rp}}{y_{st}} = \sqrt{\frac{(\bar{T}_p^2 - g^2)^2 + (2g\bar{h}_p)^2}{H+1}} \quad H = \{(\bar{T}_p^2 - g^2)(1 - g^2 + \bar{\mu}_p \bar{T}_p^2) - \bar{\mu}_p(2g\bar{h}_p)^2 - \bar{\mu}_p(\bar{T}_p^2 - (2g\bar{h}_p)^2)\}^2$$

$$I = \{(\bar{T}_p^2 - g^2)(2g\bar{h}_p \bar{\mu}_p) + 2g\bar{h}_p(1 - g^2 + \bar{\mu}_p \bar{T}_p^2) - 2\bar{\mu}_p \bar{T}_p^2 g^2 \bar{h}_p\}^2 \quad (8)$$

2自由度系の調整条件はDen Hartogにより求められ次式の通りである。

$$\text{最適同調比: } \bar{T}_p = \frac{1}{1 + \bar{\mu}_p} \quad \text{最適減衰比: } \bar{h}_p = \frac{3\bar{\mu}_p}{8(1 + \bar{\mu}_p)} \quad \text{最大応答: } Y_p = \sqrt{\frac{(\bar{\mu}_p + 2)}{\bar{\mu}_p}} \quad (9)$$

一方、1次モードに対して調整されたTMDが装着された時の2次および3次モード卓越時の ρ_2 および ρ_3 のそれぞれに対する2自由度系における主振動系の最大応答の近似値は、式(8)において $\bar{T}_p \doteq 0$ 、 $g \doteq 1.0$ (フードダンパーを有する2自由度系)とした時の値で与えられ次式で表される。

$$Y_i = \sqrt{\frac{1 + (2\bar{h}_i)^2}{\bar{\mu}_i^2 (2\bar{h}_i)^2}} \quad (i=2, 3; i \neq p) \quad (10)$$

4 数値解析結果

各はりにTMDを複数個装着し制振対象モードである1次モードを制限振幅に抑制しつつ、2次および3次モードの応答を最小化するためのTMDの個数、質量および装着位置を最適化手法(許容方向法)を用いて解析的に決定した。解析に使用した目的関数、制約条件および設計変数を次に示す。また、数値実験モデルは単純ばり、片持ちばりおよび連続ばりである。一例として単純ばりについて解析データを示す。また、Fig.4は本研究で取り扱った単純ばりの装着領域を表し、図中のTMDn($n=1, \dots, 10$)は n 個のTMDを装着したケースを表す。解析に当たって各TMDの初期装着点は各領域の中間点である。目的関数中の w_{sti} は i 次の物理座標系での静的たわみである。

$$(\text{目的関数}) \quad \text{obj} = \alpha_1 \frac{|Y_1|}{w_{st1}} + \alpha_2 \frac{|Y_2|}{w_{st2}} \Rightarrow \text{Min} \quad \alpha_2 = \frac{\Phi_{2max}^2}{m_2 \omega_2^2} \quad \alpha_3 = \frac{\Phi_{3max}^2}{m_3 \omega_3^2}$$

$$(\text{制約条件}) \quad \beta_{10.1\%} \leq N\% \quad \text{:各TMDの総質量に対する制約}$$

$$\beta_i \leq 1.0\% \quad (i=1 \dots N) \quad \text{:各TMDの質量に対する制約}$$

$$1 \leq e_{mi} \leq 100 \quad (i=1 \dots N) \quad \text{:各TMDの質量分布に対する制約}$$

$$x_1^L \leq x_i \leq x_1^H \quad (i=1 \dots N) \quad \text{:各TMDの装着位置に対する制約}$$

$$(\text{設計変数}) \quad \xi_{mi} \quad \text{:各TMDの質量分布に関する変数}$$

$$x_i \quad \text{:各TMDの装着位置に関する変数}$$

各ケースについて、TMDの総質量を $N\%$ から減少しつつ、目的関数を求めた。その挙動をFig.5に示す。Fig.5より質量比 $1.0\% \sim 1.48\%$ ではTMDを7個、 1.48% 以上では1個が目的関数を最小化する最適個数であることが明らかである。また、Fig.6は装着したTMDの総質量が 1% の場合のTMDの最適な質量分布および装着位置を表す。以上のFig.5およびFig.6より1次モードを抑制しつつ、2次および3次モードの振幅を最小化するTMDの個数、装着位置および質量分布の決定できる。最適設計を行う設計資料を得た。

参考文献) 構造システムの最適化(土木学会)

Table.1 各はりの諸元

全長(単純、片持ち):	$l_1 = 30.5$	(m)
全長(連続):	$l = 45 (l_1 : l_2 : l_3 = 1:1:1)$	(m)
単位長さ質量	$m_1 = 2.07 \times 10^3$	(N s ² m ⁻²)
曲げ剛性	$EI_1 = 3.44 \times 10^3$	(N m ²)

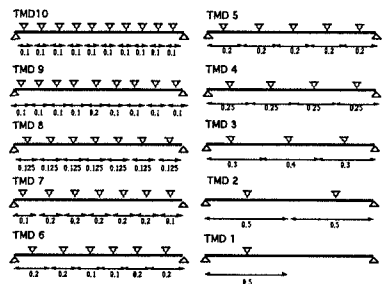


Fig.4 単純ばりの装着領域

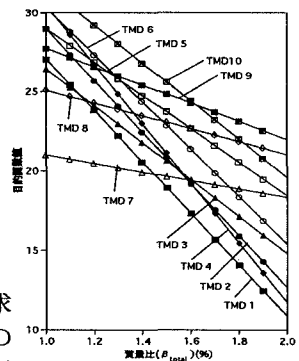


Fig.5 単純ばりの目的関数値

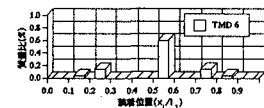


Fig.6 単純ばりの質量分布および装着位置